الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2014
- الموضوع -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	suites numériques	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Exercice 5	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

Exercice 1 : (3 *points*)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, *le point* $A(0,0,1)$; *le plan* (P) *d'équation* $2x+y-2z-7=0$ *et la sphère* (S) *de centre* $\Omega(0,3,-2)$ *et de rayon* 3.

0,5 **1.a)** *Montrer que* $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite* (Δ) *passant par le point* A *et perpendiculaire au plan* (P).

0,5 **b)** *Vérifier que* $H(2,1,-1)$ *est le point d'intersection du plan* (P) *et la droite* (Δ).

0,75 **2.a)** *Montrer que* $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}=3\left(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}\right)$ *où* $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$.

0,5 **b)** *Montrer que la distance du point* Ω *à la droite* (Δ) *est égale à* 3.

0,75 **c)** *En déduire que la droite* (Δ) *est tangente à la sphère* (S) *et vérifier que* H *est le point de contact de la droite* (Δ) *et la sphère* (S).

Exercice 2 : (3 *points*)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définie par :*

$$u_1=5 \text{ et } u_{n+1}=\frac{5u_n-4}{1+u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

0,75 **1.** *Montrer par récurrence que* $u_n>2$ *pour tout* n *de* $\mathbb{N}^*$.

2. *On considère la suite numérique* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définie par :*

$$v_n=\frac{3}{u_n-2} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

1 **a)** *Montrer que* $v_{n+1}=\frac{1+u_n}{u_n-2}$ *pour tout* n *de* $\mathbb{N}^*$ *et montrer que la suite* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *est arithmétique de raison* 1.

0,75 **b)** *Exprimer* v_n *en fonction de* n *et en déduire que :* $u_n=2+\frac{3}{n}$ *pour tout* n *de* $\mathbb{N}^*$.

0,5 **c)** *Déterminer* $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

Exercice 3 : (3 *points*)

Pour déterminer les deux questions d'un examen oral dans un concours de recrutement, le candidat tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes d'une urne contenant 10 cartes : huit cartes concernant les mathématiques et deux cartes concernant la langue française (on suppose que les cartes sont indiscernables au toucher).

1,5 **1.** *On considère l'événement A :" Tirer deux cartes concernant la langue française "*
et l'événement B :" Tirer deux cartes concernant deux matières différentes ".
Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{45}$ *et que* $p(B)=\dfrac{16}{45}$.

2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de cartes tirées concernant la langue française.*

0,25 **a)** *Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0 ,1 et 2.*

1,25 **b)** *Montrer que* $p(X=0)=\dfrac{28}{45}$ *puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*

Exercice 4 : (3 *points*)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$, *l'équation :*

$$z^2-4z+5=0.$$

2. *On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct* $\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$, *les points A , B , C , D et Ω d'affixes respectives:*

$$a=2+i\ ,\ b=2-i\ ,\ c=i\ ,\ d=-i \text{ et } \omega=1.$$

0,25 **a)** *Montrer que :* $\dfrac{a-\omega}{b-\omega}=i.$

0,5 **b)** *En déduire que le triangle* ΩAB *est rectangle et isocèle en* Ω.

2. *Soit z l'affixe d'un point M du plan et z ' l'affixe du point M ' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle* $\dfrac{\pi}{2}$.

0,5 **a)** *Montrer que :* $z'=iz+1-i$.

0,5 **b)** *Vérifier que :* $R(A)=C$ *et* $R(D)=B$.

0,5 **c)** *Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au même cercle dont on déterminera le centre.*

Exercice 5 : (8 *points*)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=\left(xe^x-1\right)e^x$.
et soit (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ *(unité 2cm).*

0,75 **1.** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ *et donner une interprétation géométrique de ce résultat.*

0,75 **2.a)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$

0,5 **b)** *En déduire que la courbe* (C) *admet, au voisinage de* $+\infty$, *une branche* *parabolique dont on précisera la direction.*

1 **3.a)** *Montrer que :* $f'(x)=e^x\left(e^x-1+2xe^x\right)$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$ *puis vérifier que* $f'(0)=0$.

0,5 **b)** *Montrer que* $e^x-1\geq 0$ *pour tout x de* $[0,+\infty[$ *et que* $e^x-1\leq 0$ *pour tout x de* $]-\infty,0]$.

1,25 **c)** *Montrer que la fonction f est croissante sur* $[0,+\infty[$ *et qu'elle est décroissante sur* $]-\infty,0]$ *puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur* $\mathbb{R}$.

0,75 **4.a)** *Montrer que l'équation* $f(x)=0$ *admet une solution unique* α *dans l'intervalle* $[0,+\infty[$ *et que* $\frac{1}{2}<\alpha<1$.*(on admettra que* $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}<1$*)*

0,75 **b)** *Construire, dans le repère* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$*, la droite la courbe* (C).

(on admettra que la courbe (C) *possède un seul point d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer).*

0,75 **5.** *Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :* $\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x}\,dx=\frac{1}{4}$.

1 **6.** *Calculer, en* cm^2*, l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C)*, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=0$ *et* $x=\frac{1}{2}$.