www.etude-generale.com **2 BAC PC-SVT**

Matière : Mathématiques

Professeur : Yahya MATIOUI

Série d'exercices sur Fonctions Logarithmiques

EXERCICE 1 .

1. *Soit* g *la fonction définie par :* $g(x) = x^2 - 1 + 2\ln(x)$.
   - **a)** *Déterminer* D_g *et étudier les variations de* g.
   - **b)** *Calculer* $g(1)$ *puis étudier le signe de* $g(x)$.

2. *Soit* f *la fonction définie par :* $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2}\ln(x)$.
   - **a)** *Déterminer* D_f *et calculer les limites de* f *aux bornes de* D_f.
   - **b)** *Étudier les variations de* f.
   - **c)** *Étudier les branches infinies de* (C_f).
   - **d)** *Construire* (C_f).

EXERCICE 2 .

Soit f *la fonction définie par :* $f(x) = x + \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$.

1. *Déterminer* D_f.
2. *Montrer que* f *est impaire.*
3. *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow 1^+} f(x)$.
4. *Vérifier que la droite d'équation* $y = x$ *est une asymptote de* (C_f) *au voisinage de* $+\infty$.
5. **a)** *Montrer que :* $(\forall x \in D_f)$, $f'(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.
   - **b)** *Donner le tableau de variations de* f.
6. *Montrer que* (C_f) *coupe l'axe des abscisses dans un point d'abscisse compris entre* $\dfrac{3}{2}$ *et* 2.
7. *Construire* (C_f).
8. *Soit* g *la restriction de* f *sur* $]1, +\infty[$.
   Montrer que g *admet une fonction réciproque d'un intervalle qu'il faut déterminer.*

EXERCICE 3 .

On considère la fonction f *définie sur l'intervalle* $]0,2[$ *par :* $f(x) = \ln\left(\dfrac{x}{2-x}\right)$

On note (C_f) *la courbe représentative de* f *dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. **a)** *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow 2^-} f(x)$.

   b) *Justifier la dérivabilité de* f *sur* $]0,2[$, *puis montrer que* $(\forall x \in]0,2[)$, $f'(x) = \dfrac{2}{x(2-x)}$.

   c) *Dresser le tableau de variations de la fonction* f.

   d) *Écrire une équation cartésienne de la tangente* (T) *à la courbe* (C_f) *au point* $A(1,0)$.

2. *On pose :* $(\forall x \in]0,2[)$, $\varphi(x) = f(x) - x$

   a) *Montrer que :* $\varphi\left(\dfrac{3}{2}\right) < 0$ *et* $\varphi\left(\dfrac{7}{4}\right) > 0$ (*on prendra :* $\ln(3) = 1,1$ *et* $\ln(7) = 1,94$).

   b) *Déduire que l'équation* $f(x) = x$ *admet une solution* α *telle que :* $\dfrac{3}{2} < \alpha < \dfrac{7}{4}$, *et interpréter géométriquement le résultat obtenu.*

   c) *Montrer que la fonction* f *admet une fonction réciproque* f^{-1} *définie sur un intervalle* J *qu'on déterminera.*

3. *Construire dans le même repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *la courbe* (C_f) *et la courbe représentative de la fonction* f^{-1}.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**