www.etude-generale.com **1 BAC SM**

Matière : Mathématiques

Professeur : Yahya MATIOUI

DEVOIR SURVEILLÉ / Durée 2H

EXERCICE 1 .

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = 2 - \dfrac{\sqrt{x^2+3}}{x}$

1. **a)** *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^-} f(x)$.

   b) *En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale qu'on déterminera.*

2. *Montrer que* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = 1$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = 3$, *puis interpréter géométriquement chaque résultat.*

3. **a)** *Montrer que :* $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $\quad f'(x) = \dfrac{3}{x^2\sqrt{x^2+3}}$

   b) *Dresser le tableau de variations complet de f en justifiant votre réponse.*

   c) *Ecrire les équations des deux tangentes (T_1) et (T_2) à (C_f) aux points d'abscisses $x_1 = 1$ et $x_2 = -1$ respectivement.*

4. *Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.*

5. *Construire (C_f) dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

EXERCICE 2 .

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 - x + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1. *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x)$.

2. **a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) - (2-x) = 0$, *puis en déduire que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique (D) que l'on déterminera.*

   b) *Justifier que (C_f) est au dessous de (D) sur l'intervalle* $[0, +\infty[$.

3. **a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) + x = 0$, *puis en déduire que la courbe (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote oblique (Δ) que l'on déterminera.*

   b) *Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) sur l'intervalle* $]-\infty, 0]$.

4. **a)** *Montrer que :* $(\forall x \in \mathbb{R})$, $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} - 1$

   b) *Calculer $f'(0)$ puis justifier que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.*

   c) *Dresser le tableau de variations complet de f.*

5. *Construire la courbe (C_f) dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.