# DEVOIR SURVEILLÉ N3

**EXERCICE 1** ( 8 *points*)

1. *Calculer les intégrales suivantes :* $I=\int_0^1 \frac{x-1}{(x^2-2x+3)^2}dx$ *et* $J=\int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{|\ln x|}{x}dx$. (2 *pts*)

2. *En utilisant une intégration par parties, montrer que :* $\int_0^2 (2x+1).\ln(x+1)\,dx = 6\ln 3-2$. (2 *pts*)

3. *Calculer la valeur moyenne de la fonction :* $f(x)=\sin 2x$ *sur* $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$. (2 *pts*)

4. *On considère la fonction* $f$ *définie par :* $f(x)=xe^x$. *Et* $(C_f)$ *la courbe représentative de la fonction* $f$ *dans un repère orthonormé* $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$. (*On prendra* $\left\|\overrightarrow{i}\right\|=\left\|\overrightarrow{j}\right\|=2cm$).

   *Calculer l'aire en* $cm^2$ *du domaine délimité par* $(C_f)$, *l'axe des abscisses, et les droites d'équations :* $x=0$ *et* $x=1$. (2*pts*)

**EXERCICE 2** (11 *points*)

1. *Résoudre dans l'ensemble* $\mathbb{C}$ *l'équation* $(E)$ : $z^2-2z+4=0$. (2 *pts*)

   *Dans le plan complexe* $(P)$ *rapporté à un repère orthonormé* $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$, *on considère les points* $A$, $B$, $C$ *et* $D$ *d'affixes respectives :* $a=1-i\sqrt{3}$ , $b=2+2i$ , $c=\sqrt{3}+i$ *et* $d=-2+2\sqrt{3}$.

2. **a)** *Écrire sous forme trigonométrique les nombres complexes :* $b$ *et* $c$. (2 *pts*)
   **b)** *Vérifier que :* $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$, *puis déduire que les points* $A$, $C$ *et* $D$ *sont alignés.* (1,5 *pts*)

3. *On considère* $z$ *l'affixe d'un point* $M$ *et* $z'$ *l'affixe de* $M'$ *image de* $M$ *par la rotation* $R$ *de centre* $O$ *et d'angle* $\frac{-\pi}{3}$.

   *Montrer que :* $z'=\frac{1}{2}.az$ (2 *pts*)

4. *Soit* $H$ *l'image du point* $B$ *par la rotation* $R$, $h$ *son affixe et* $P$ *le point d'affixe* $p$ *tel que :* $p=a-c$.

5. **a)** *Vérifier que :* $h=ip$. (1 *pt*)
   **b)** *Montrer que :* $\left(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OH}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. (1 *pt*) (*On pourra utiliser la question précédente*).
   **c)** *Déduire que le triangle* $OHP$ *est rectangle et isocèle en* $O$. (1,5 *pts*)

**FIN**