DEVOIR SURVEILLÉ

PROBLÈME 1 .

On considère la fonction f *définie par :* $f(x) = 2\ln|x-1| + \ln(2x+1)$.

1. *Déterminer l'ensemble de définition de* f.
2. *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $f(x) = 0$.
3. *Dresser le tableau de variation de* f.
4. *Soit* (C_f) *la courbe représentative dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$. *Étudier les branches infinies de la courbe* (C_f), *puis tracer* (C_f).

PROBLÈME 2 .

Soit f *la fonction définie sur* $]-1, +\infty[$ *par :* $f(x) = x\ln(1+x) + 1 - x$
(C_f) *est sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \longrightarrow -1^+} f(x)$.
2. *Étudier les branches infinies de la courbe* (C_f).
3. **a)** *Calculer* $f''(x)$ *pour tout* $x \in]-1, +\infty[$.
   b) *Dresser le tableau de variation complet de la fonction* f'.
   c) *En déduire qu'il existe un unique réel* $\alpha \in]-1, +\infty[$ *tel que* $f'(\alpha) = 0$.
   d) *Vérifier que* $0 < \alpha < 1$ *puis préciser le signe de* $f'(x)$ *sur* $]-1, +\infty[$.
   e) *Dresser le tableau de variation complet de la fonction* f.
4. *Tracer* (C_f).

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**