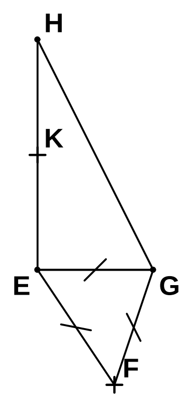
DEVOIR MAISON

EXERCICE 1 .

Dans la figure ci-dessous EFG *est un triangle équilatéral de côté* a, $\left(a \in \mathbb{R}_+^*\right)$ *et* EGH *est un triangle rectangle en* E *tel que :* $EH = 2a$ *et* K *est le milieu de* $[EH]$.



1. *Montrer que :* $\left(\overrightarrow{\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}}\right) \equiv \dfrac{5\pi}{6}\,[2\pi]$.
2. *Montrer que :* $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG} = \dfrac{a^2}{2}$ *et que :* $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EH} = -a^2\sqrt{3}$.
3. *Montrer que :* $GH^2 = 5a^2$ *et que :* $FH^2 = \left(5 + 2\sqrt{3}\right) a^2$.
4. *Calculer :* $\overrightarrow{GF}.\overrightarrow{GH}$
5. *On pose :* $\left(\overrightarrow{\overrightarrow{GF}, \overrightarrow{GH}}\right) \equiv \theta\,[2\pi]$. *Montrer que :* $\cos\theta = \dfrac{\left(1 - 2\sqrt{3}\right)\sqrt{5}}{10}$
6. *Calculer :* GK.

EXERCICE 2 .

1. *Résoudre dans* $]0, \pi]$ *l'inéquattion suivante* $(I) : 2\cos^2 x - \cos x < 0$.
2. *Soit* x *un réel. On pose :* $A(x) = \cos x . \sin x$

   a) *Montrer que pour tout* x *de* $\mathbb{R}$: $A\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = A(x)$ *et que :* $A(\pi + x) = A(x)$.

   b) *Montrer que pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *tel que :* $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ *avec* $k \in \mathbb{Z}$. $A(x) = \dfrac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$

c) *Résoudre dans l'intervalle* $]-\pi, \pi]$ *l'équation :* $A(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

EXERCICE 3 .

Soit IAB *un triangle et soient* C *et* D *deux points tels que :* $\overrightarrow{IC} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ *et* $\overrightarrow{ID} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.
On considère h *l'homothétie qui transforme* A *en* C *et* B *en* D.

1. *Déterminer le rapport et le centre de l'homothétie.*
2. *La droite passant par* D *et parallèle à* (BC) *coupe* (IA) *en* E.
3. **a)** *Déterminer l'image de la droite* (BC) *par* h.
   b) *Montrer que :* $h(C) = E$.

EXERCICE 4 .

IAB *est un triangle et soient* C *et* D *deux points tels que :* $\overrightarrow{IC} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ *et* $\overrightarrow{ID} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.
On considère l'homothétie h *de centre* I *tel que :* $h(C) = A$.

1. *Déterminer le rapport de l'homothétie* h.
2. *Montrer que :* $h(D) = B$.
3. *La droite qui passe par* D *et parralèle à* (BC) *coupe* (IA) *en* E .

   a) *Montrer que :* $h(E) = C$.
4. *Déduire l'image du triangle* ECD *par l'homothétie* h.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**