# DEVOIR SURVEILLÉ

**EXERCICE 1** *On considère les fonctions numériques $f$ et $h$ définies par :* $f(x) = -2x^2 + 4x - 1$ *et* $h(x) = \dfrac{x}{x-1}$.

$(C_f)$ *et* $(C_h)$ *les courbes représentative respectives de $f$ et $h$ dans un repère orthonormé*

1. **a)** *Déterminer l'ensemble de définition de $h$, puis donner son tableau de variations.*
   **b)** *Quelle est la nature de la courbe* $(C_h)$ *, puis calculer* $h\left(\frac{3}{2}\right)$, $h(2)$ *et* $h(3)$.
   **c)** *Tracer la courbe* $(C_h)$.
2. **a)** *Donner le tableau de variations de $f$.Quelle est la nature de la courbe* $(C_f)$.
   **b)** *Calculer* $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ *et* $f\left(\frac{1}{4}\right)$, *puis tracer la courbe* $(C_f)$.
   **c)** *Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation* $f(x) = m$. $(m \in \mathbb{R})$
3. *On considère la fonction numérique $g$ définie par :* $g(x) = h(|x|)$.
   **a)** *Déterminer l'ensemble de définition de $g$, puis étudier sa parité.*
   **b)** *Vérifier que pour tout* $x \in [0,1[\cup]1,+\infty[$, $g(x) = h(x)$, *puis déduire le tableau de variations de la fonction $g$.*
   **c)** *Tracer la courbe* $(C_g)$ *dans* ***le même repère orthonormé*** $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

**EXERCICE 2** .

1. *Soit* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *deux vecteurs non nuls tels que :* $\left(\overline{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{7}\,[2\pi]$.

   *Déterminer la mesure principale des angles orientés :* $\left(\widehat{\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u}}\right)$ *et* $\left(\widehat{\overrightarrow{u}, -\overrightarrow{v}}\right)$.
2. *Simplifier $A$ et calculer la valeur de la somme $B$.*

$$A = \cos(x + 4\pi) + \cos(5\pi + x) - \sin\left(\tfrac{\pi}{2} + x\right) - \cos(x - \pi)$$
$$B = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

3. *Calculer la valeur de la somme :* $A = \cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{4\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{6\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{9\pi}{10}\right)$.

**EXERCICE 3** *Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :* $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

1. *Etudier la parité de la fonction $f$.*
2. *Soit $x$ et $y$ deux éléments distincts de $\mathbb{R}^*$, montrer que :* $\dfrac{f(x) - f(y)}{x - y} = \dfrac{xy - 1}{xy}$.
3. *Déterminer la monotonie de $f$ sur les intervalles* $]0,1]$ *et* $[1,+\infty[$.
4. *Déduire le tableau de variations de $f$.*