Professeur : Yahya MATIOUI

SÉRIE SUR LES NOMBRES COMPLEXES N1

EXERCICE 1 .

Dans le plan complexe rapporté au repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Déterminer géométriquement l'ensemble des points M *d'affixes* z *vérifiant* :

1. $|z-1+i| = |z+2-i|$
2. $|iz+1-i| = |z+3|$
3. $|\overline{z}+2-i| = 2.$

EXERCICE 2 .

Étant donné $z \in \mathbb{C} \setminus \{2i\}$, *on forme* $Z = \dfrac{z+i}{z-2i}$.

1. *Déterminer l'ensemble* (E_1) *des images des nombres* z *tels que* $Z \in \mathbb{R}$.
2. *Déterminer l'ensemble* (E_2) *des images des nombres* z *tels que* $Z \in i\mathbb{R}$.

EXERCICE 3 .

Soit $z_1 = 1+i$ *et* $z_2 = \sqrt{3} - i$.

1. *Écrire* z_1 *et* z_2 *sous forme trigonométrique.*
2. *Écrire* $z_1 \times z_2$ *sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.*
3. *Déduire* $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ *et* $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 4 .

Déterminer la forme algébrique de $\dfrac{(1+i)^4}{\left(\sqrt{3}+i\right)^3}$.

EXERCICE 5 .

Dans un plan complexe, considérons les points A, B, C *et* D *d'affixes respectives* $z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = -z_1$, $z_3 = \sqrt{3} + 3i$ *et* $z_4 = \overline{z_3}$.

1. *Calculer* $\dfrac{z_1 - z_3}{z_1 - z_4}$ *puis déduire que les points* A, C *et* D *sont alignés.*
2. *Vérifier que :* $\dfrac{z_3 - z_1}{z_3 + z_1} = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$, *puis déterminer la mesure de l'angle orienté* $\left(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}}\right)$.

3. *Montrer que le triangle ABC est équilatéral.*

EXERCICE 6 .

1. *Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$. On désigne par z_1 la solution de partie imaginaire positive et par z_2 l'autre solution.*

2. *Déterminer le module et un argument de chacune des solutions z_1 et z_2.*

3. *Déterminer le module et un argument de chacune des solutions $(z_1)^2$ et $(z_2)^2$.*

   Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on considère les points A, B, A' et B' d'affixes respectives : $1 + i\sqrt{3}$, $1 - i\sqrt{3}$, $-2 + 2i\sqrt{3}$ et $-2 - 2i\sqrt{3}$.

4. *Démontrer que le triangle $AA'B'$ est rectangle.*

5. *Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $\left|z - 1 + i\sqrt{3}\right| = 2\sqrt{3}$.*

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**