Devoir Maison N1

Toutes les réponses doivent être justifiées sauf si aucune justification n'est demandée

EXERCICE 1 .

1. *Calculer les limites suivantes :*

$$\lim_{x\longrightarrow-\infty} 2x-1-\sqrt{4x^2+3x-2} \quad , \quad \lim_{x\longrightarrow-\infty} x\sqrt{\frac{x}{x-1}}-x-1$$

$$\lim_{x\longrightarrow+\infty} \frac{2x-3}{3\sqrt{x+1}-5} \quad , \quad \lim_{x\longrightarrow+\infty} \sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x}$$

2. *Simplifier l'expression suivante :* $A=\dfrac{\sqrt[15]{3^5}\times\sqrt[3]{9}\times\sqrt[5]{9}^3}{\sqrt[5]{3}}$.

3. *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *les équations suivantes :*

$$(E_1): x^4=12 \quad , \quad (E_2): \sqrt[3]{2x+1}-16=0 \quad , \quad (E_3): x+\sqrt[3]{x}=2$$

EXERCICE 2 .

On considère la fonction f *définie par :* $f(x)=2\sqrt{x}-x$

1. *Déterminer* D_f*, puis déterminer le tableau de variation de la fonction* f.
2. *Montrer, en utilisant le T.V.I que l'équation* $f(x)=0$ *admet une solution unique* α *dans l'intervalle* $]3,5[$*, puis vérifier que* $\alpha=\dfrac{\alpha^2}{4}$.
3. *Déterminer les solutions de l'équation* $f(x)=0$.
4. *Soit* g *la restriction de* f *à l'intervalle* $I=[0,1]$.

   a) *Montrer que* g *admet une fonction réciproque définie sur* J.

   b) *Donner le tableau de variation de la fonction* g^{-1} *sur* J.

   c) *Déterminer* $g^{-1}(x)$ *pour tout* $x\in J$.

EXERCICE 3 .

Soit $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$. *On considère la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$$f(x)=x^{n+1}-2x^n+1.$$

1. *Montrer que* f *est strictement décroissante sur* $\left[0,\dfrac{2n}{n+1}\right]$.

2. *En déduire que :* $f\left(\dfrac{2n}{n+1}\right) < 0.$

3. *Montrer qu'il existe au moins un réel* $\alpha \in \left]0, \dfrac{2n}{n+1}\right[$ *tel que* $f(\alpha) = 0.$

4. *Vérifier :* $\alpha^n = \dfrac{1}{2-\alpha}.$

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**