Devoir Surveillé N2

Problème d'analyse

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x}$

1. *Déterminer* D_f. (1 *pt*)

   a) *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x)$. (0,75 *pt*)

   b) *Étudier la branche infinie de la courbe* (C_f) *au voisinage de* $-\infty$. (2 *pt*)

   b) *Calculer* $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$, *puis étudier la branche infinie de la courbe* (C_f) *au voisinage de* $+\infty$. (1,25 *pt*)

2. *Étudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 2 et à gauche de 0 puis interpréter géométriquement les résultats obtenus.* (2,75 *pt*)

   a) *Justifier la dérivabilité de la fonction f sur* $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$, *puis montrer que pour tout x de* $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$: (2 *pt*)

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} - (x - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

   b) *Montrer que* : $(\forall x \in]-\infty, 0[)$, $f'(x) \succ 0$ *et* $(\forall x \in]2, +\infty[)$, $f'(x) < 0$. (2 *pt*)

   c) *Dresser le tableau de variations de la fonction f.* (1 *pt*)

3. *Tracer la courbe* (C_f) *dans un repère orthonormé* $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. (1,5 *pt*)

4. *On considére la fonction g la restriction de la fonction f sur* $[2, +\infty[$.

$$g(x) = f(x) \quad , \quad x \geq 2$$

   a) *Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.* (1,5 *pt*)

   b) *Calculer :* $(g^{-1})'(2 - 2\sqrt{2})$. (*on donne :* $g(4) = 2 - 2\sqrt{2}$). (0,75 *pt*)

   c) *Déterminer* $g^{-1}(x)$ *pour tout* $x \in J$. (1,5 *pt*)

   d) *Tracer la courbe* $(C_{g^{-1}})$ *dans le méme repère orthonormé* $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. (1 *pt*)

+1 : Pour une bonne présentation de la copie.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**