Correction de la série d'entraînement

EXERCICE 1 .

♣

$$\begin{aligned} A &= \frac{20}{28}+\frac{3}{14}\times\frac{4}{9} \\ &= \frac{5}{7}+\frac{2}{3\times 7} \\ &= \frac{15}{21}+\frac{2}{21} \\ &= \frac{17}{21} \end{aligned}$$

♣

$$\begin{aligned} B &= \frac{6}{7}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right) \\ &= \frac{6}{7}\left(\frac{2}{6}-\frac{1}{6}\right) \\ &= \frac{6}{7}\times\frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

♣

$$\begin{aligned} C &= 6-\frac{\frac{5}{2}+\frac{3}{8}}{3-\frac{5}{2}-\frac{7}{4}} \\ &= 6-\frac{\frac{20}{8}+\frac{3}{8}}{\frac{12}{4}-\frac{10}{4}-\frac{7}{4}} \\ &= 6-\frac{\frac{23}{8}}{\frac{-5}{4}} \\ &= 6-\frac{23}{8}\times\frac{4}{-5} \\ &= 6+\frac{23}{2}\times\frac{1}{5} \\ &= 6+\frac{23}{10} \\ &= \frac{83}{10} \end{aligned}$$

♣

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{7-\dfrac{4}{\pi}}{12-21\pi} \\
&= \frac{\dfrac{7\pi-4}{\pi}}{12-21\pi} \\
&= \frac{7\pi-4}{\pi\left(12-21\pi\right)} \\
&= \frac{7\pi-4}{-3\pi\left(7\pi-4\right)} \\
&= -\frac{1}{3\pi}
\end{aligned}
$$

EXERCICE 2 .

On pose $A=\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}$

On a

$$
\begin{aligned}
A^2 &= \left(\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\right)^2 \\
&= \frac{3-\sqrt{5}}{2}-2\times\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\times\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}+\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\
&= \frac{3-\sqrt{5}}{2}+\frac{3+\sqrt{5}}{2}-2\times\sqrt{\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}} \\
&= \frac{6}{2}-2\sqrt{\frac{9-5}{4}} \\
&= 3-2\sqrt{\frac{4}{4}} \\
&= 1
\end{aligned}
$$

EXERCICE 3 .

1. *Résolvons les équations suivantes* :

   ■ *Soit* x *un réel, on a*

$$
\begin{aligned}
(E_1) \quad & \acute{e}q \;:\; 2x-3x=-1-5 \\
& \acute{e}q \;:\; -x=-6 \\
& \acute{e}q \;:\; x=6
\end{aligned}
$$

   donc l'ensemble des solutions d'équation (E_1) *est* :

$$S=\{6\}.$$

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{aligned}
(E_2) \quad \acute{e}q \quad &: \quad 4-2x=0 \quad ou\ 3x+2=0 \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=\frac{4}{2} \quad ou\ x=\frac{-2}{3} \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=2 \ \ ou\ x=\frac{-2}{3}
\end{aligned}$$

donc l'ensemble des solutions d'équation (E_2) est :

$$S=\{6\}.$$

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{aligned}
(E_3) \quad \acute{e}q \quad &: \quad x\sqrt{3}-x=\sqrt{3}+1 \\
\acute{e}q \quad &: \quad x\left(\sqrt{3}-1\right)=\sqrt{3}+1 \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1} \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{2}
\end{aligned}$$

donc l'ensemble des solutions d'équation (E_3) est :

$$S=\left\{\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}\right\}.$$

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{aligned}
(E_4) \quad \acute{e}q \quad &: \quad \frac{2\left(2x-1\right)}{6}=\frac{3\left(x-1\right)}{6} \\
\acute{e}q \quad &: \quad 2\left(2x-1\right)=3\left(x-1\right) \\
\acute{e}q \quad &: \quad 4x-2=3x-3 \\
\acute{e}q \quad &: \quad x=-1
\end{aligned}$$

donc l'ensemble des solutions d'équation (E_4) est :

$$S=\{-1\}.$$

2. Résolvons les inéquations suivantes :

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{aligned}
(I_1) \quad \acute{e}q \quad &: \quad 9x+6-3x\geq 6x+3 \\
\acute{e}q \quad &: \quad 6\geq 3
\end{aligned}$$

donc tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation (I_1).

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{array}{lll}(I_2) & éq : & \dfrac{21\,(-2x+3)}{105}+\dfrac{12x}{105}<\dfrac{35\,(5x-4)}{105}+\dfrac{105}{105}\\ & éq : & 21\,(-2x+3)+12x<35\,(3x-4)+105\\ & éq : & -42x+63+12x<175x-140+105\\ & éq : & :-42x+12x-175x<-140+105-63\\ & éq : & -205x<-98\\ & éq : & x>\dfrac{98}{205}\end{array}$$

donc tous les nombres réels supérieurs strictement à $\dfrac{98}{205}$ *sont solutions de l'inéquation* (I_2).

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{array}{lll}(I_3) & éq : & 4x^2+2x-6x-3\geq 4x^2-2\\ & éq : & 4x^2+2x-6x-4x^2\geq -2+3\\ & éq : & -4x\geq 1\\ & éq : & x\leq -\dfrac{1}{4}\end{array}$$

donc tous les nombres réels inférieurs à $\dfrac{-1}{4}$ *sont solutions de l'inéquation* (I_3).

■ *Soit x un réel, on a*

$$\begin{array}{lll}(I_4) & éq : & x^2-1<x^2-3x+2x-6\\ & éq : & x^2-x^2+3x-2x<-6+1\\ & éq : & x<-5\end{array}$$

donc tous les nombres réels inférieurs strictement à -5 *sont solutions de l'inéquation* (I_4).

EXERCICE 4 .

1. *Résolvons le problème.*

Etape 01 (*Choix de l'inconnue et mathématisation*)

Soit x le nombre des années. Dans x années l'âge du fils sera $(15+x)$ *et l'âge du père sera* $(42+x)$.

Dans x années, l'âge du père sera le double de l'âge du fils. Nous avons donc

$$(42+x)=2\,(15+x)$$

Etape 02 (*Résolution*)

$$\begin{aligned} (42+x) &= 2(15+x) \\ \text{éq} &: 42+x = 30+2x \\ \text{éq} &: x-2x = 30-42 \\ \text{éq} &: -x = -12 \\ \text{éq} &: x = 12 \end{aligned}$$

Etape 03 (*Vérification*)

Dans 12 années l'âge du fils sera 27ans et l'âge du père sera 54ans. DVonc $54 = 2\times 27$, d'où l'âge du père sera le double de l'âge du fils.

Etape 04 (*Retour au problème*)

Dans 12 années, l'âge du père sera le double de l'âge du fils.

EXERCICE 5 .

Soit (S) *le système* $\begin{cases} 5x+2y=30 \\ \\ x+3y=19 \end{cases}$,

1. **a)** *Le couple* $(-4,25)$ *est-il solution du système* (S) ?

   On a $5\times(-4)+2\times 25 = -20+50 = 30$ *et* $-4+3\times 25 = -4+\ 75 = 71 \neq 19$.

   Donc le couple $(-4,25)$ *n'est pas solution du système* (S).

   b) *Résolvons le système* (S).

   Soit (x,y) *un couple réel.*

$$\begin{cases} 5x+2y=30 \\ \\ x+3y=19 \end{cases}$$
$$\text{éq} : \begin{cases} 5x+2y=30 \\ \\ x+3y=19 \quad \times(-5) \end{cases}$$
$$\text{éq} : \begin{cases} 5x+2y=30 \\ \\ -5x-15y=-95 \end{cases}$$

on fait la somme de ces deux équations, on obtient

$$\begin{aligned} (5x+2y)+(-5x-15y) &= 30-95 \\ \text{éq} &: -13y=-65 \\ \text{éq} &: y=\frac{65}{13}=5 \end{aligned}$$

calculons x :

$$x+3y=19 \quad \text{éq} : x+3\times\frac{65}{13}=19 \ \text{éq} : x+15=19 \ \text{éq} : x=4$$

donc l'ensemble des solutions du système (S) *est* :

$$S=\{(4,5)\}.$$

c) *Résolvons le problème.*

Etape 01 (*Choix de l'inconnue mathématisation*)

Soit x le prix d'un stylo et y le prix d'un crayon.

Comme rachid a acheté 10 stylos et 4 crayon sachant qu'il a payé 60 dh, alors

$$10x + 4y = 60 \iff 5x + 2y = 30$$

de même meryem a acheté 1 stylo et 3 crayons sachant qu'elle a payé 19 dh, alors

$$x + 3y = 19$$

donc on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 30 \\ \\ x + 3y = 19 \end{cases}$$

Etape 02 (*Résolution*)

D'après la question $1-b)$ on en déduit que $x = 4$ et $y = 5$.

Etape 03 (*Vérification*)

On a $\begin{cases} 5 \times 4 + 2 \times 5 = 20 + 10 = 30 \\ \\ 4 + 3 \times 5 = 4 + 15 = 19 \end{cases}$.

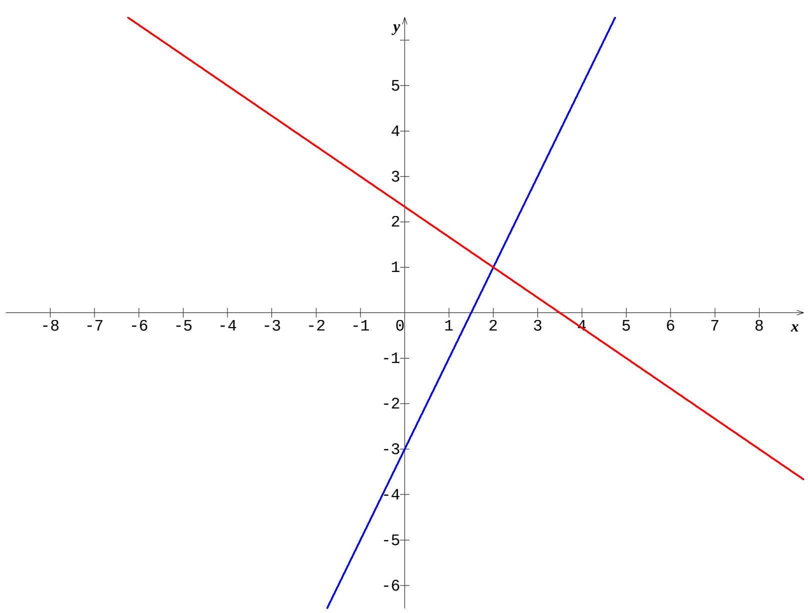
Etape 04 (*Retour au problème*)

Donc le prix d'un stylo est 4dh et le prix d'un crayon est 5dh.

2. *On considère les droites (D) et (D') d'équations respectives :*

$$(D) : y = 2x - 3 \ \ et \ \ (D') : y = \frac{-2}{3}x + \frac{7}{3}$$

a) *On trace les droites (D) et (D') dans un repère orthonormé (O, I, J).*



b) *Résolvons graphiquement le système* (S) :

Soit (D_1) *la droite d'équation :* $2x - y - 3 = 0$, *et* (D') *la droite d'équation :* $2x + 3y - 7 = 0$.

On a

$$\left\{\begin{array}{l} 2x - y - 3 = 0 \\ \\ 2x + 3y - 7 = 0 \end{array}\right.$$

$$\text{éq} \quad : \quad \left\{\begin{array}{l} -y = -2x + 3 \\ \\ 3y = -2x + 7 \end{array}\right.$$

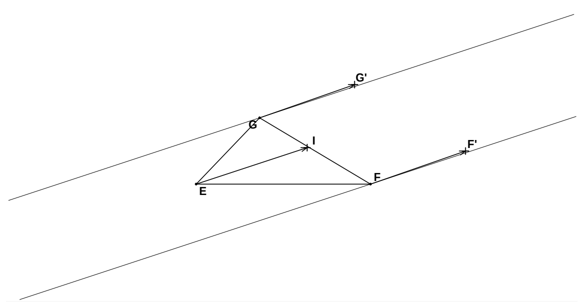
$$\text{éq} \quad : \quad \left\{\begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ \\ y = \dfrac{-2x}{3} + \dfrac{7}{3} \end{array}\right.$$

donc l'ensemble des solutions du système (S) *est* :

$$S = \{(4, 5)\}.$$

EXERCICE 6 .

1. *La construction des points de la figure.*



2. *On cherche l'image du triangle* EFG *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$.

On a

- *l'image de* F *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* F',
- *l'image de* G *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* G',
- *l'image de* E *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* I.

Donc l'image du triangle EFG *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* $IF'G'$.

3. *Montrons que :* $(FG) \parallel (F'G')$.

   On a

   - *l'image de* F *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* F',
   - *l'image de* G *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* G'.

   Donc l'image de la droite (FG) *par la translation* $\overrightarrow{EI}$ *est la droite* $(F'G')$. *Or l'image d'une droite par une translation est une droite qui lui est parallèle. Donc* $(FG) \parallel (F'G')$.

4. *On cherche la mesure de l'angle* $\widehat{IF'G'}$.

   On a

   - *l'image de* F *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* F',
   - *l'image de* G *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* G',
   - *l'image de* E *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est* I.

   Donc l'image de l'angle $\widehat{EFG}$ *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$ *est l'angle* $\widehat{IF'G'}$.*Or la translation conserve la mesure des angles. Donc* $\widehat{IF'G'} = 40°$.

5. *Montrons que* G' *est l'image de* I *par la translation du vecteur* $\overrightarrow{EI}$.

   On a G' *est l'image de* G *par la translation de vecteur* $\overrightarrow{EI}$. *C'est-à-dire :* $\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{EI}$. *Ceci signifie que le quadrilatère* $EGG'I$ *est un parallèlogramme, c'est-à-dire* $\overrightarrow{IG'} = \overrightarrow{EG}$. *D'où* G' *est l'image de* I *par la translation du vecteur* $\overrightarrow{EG}$.

EXERCICE 7 .

On considère les deux points $A(2,3)$ *et* $B(-4,6)$ *deux points du plan lié au repère orthonormé* (O, I, J).

1. *On détermine les coordonnées de* $\overrightarrow{AB}$.

   On a
   $$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$$
   alors $\overrightarrow{AB}(-4-2, 6-3)$, *donc* $\overrightarrow{AB}(-6,3)$.

   D'autre part, on a $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, *alors* $AB = \sqrt{(-6)^2 + 3^2}$, *donc* $AB = 3\sqrt{5}$.

2. *Montrons que* $y = -\dfrac{1}{2}x + 4$ *est une équation de la droite* (AB).

   L'équation de (AB) *est de la forme :* $y = mx + p$

■ *Calculons :* m.

On a

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{-4-2} = \frac{3}{-6} = \frac{-1}{2}$$

donc $(AB) : y = \frac{-1}{2}x + p$.

■ *Calculons :* p.

On a $A(2,3) \in (AB)$, *donc*

$$p = y_A + \frac{1}{2}x_A = 3 + \frac{1}{2} \times 2 = 4$$

d'où

$$(AB) : y = \frac{-1}{2}x + 4$$

a) *Les coordonnées du point* M *milieu du segment* $[AB]$.

On a M *est le milieu du segment* $[AB]$, *c'est-à-dire* $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$, *alors* $M\left(\frac{2-4}{2}, \frac{3+6}{2}\right)$, *donc* $M\left(-1, \frac{9}{2}\right)$.

b) *Montrons que* $y = 2x + \frac{13}{2}$ *est une équation de la droite* (L).

L'équation (L) *est de la forme :* $y = ax + b$.

■ *Calculons :* m.

On a (L) *est la médiatrice du segment* $[AB]$, *donc* $(L) \perp (AB)$ *d'où*

$$a \times \left(\frac{-1}{2}\right) = -1$$

Par suite

$$m = \frac{-1}{\frac{-1}{2}} = 2$$

donc $(L) : y = 2x + p$.

■ *Calculons :* p.

On a (L) *est la médiatrice du segment* $[AB]$, *donc* $M\left(-1, \frac{9}{2}\right) \in (L)$, *d'où*

$$p = y_M - 2x_M = \frac{9}{2} - 2 \times (-1) = \frac{13}{2}$$

d'où

$$(L) : y = 2x + \frac{13}{2}$$

3. On considère la droite $(\triangle)$ *d'équation :* $x + 2y - 4 = 0$.

a) *On cherche le coefficient dircteur de la droite* (Δ).

On a

$$\begin{aligned} x+2y-4 &= 0 \\ \text{éq} &: \; 2y=-x+4 \\ \text{éq} &: \; y=\frac{-x+4}{2} \\ \text{éq} &: \; y=\frac{-x}{2}+\frac{4}{2} \\ \text{éq} &: \; y=\frac{-1}{2}x+2 \end{aligned}$$

donc $m_{(\Delta)}=\dfrac{-1}{2}$.

b) *On a* $m_{(\Delta)}=\dfrac{-1}{2}$ *et* $m_{(AB)}=\dfrac{-1}{2}$, *et comme* $m_{(\Delta)}=m_{(AB)}$ *donc*

$$(\Delta) \parallel (AB).$$

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**