# ÉQUATIONS, INÉQUATIONS ET SYSTÈMES

Yahya MATIOUI

4 septembre 2022

# 1 Équations du premier degré à une inconnue

**Définition 1** *Une équation du premier degré à une seule inconnue $x$ est toute équation de la forme $ax + b = 0$ avec $x \in \mathbb{R}$.*

**Exemple 2** *.*

1. *Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'équation suivante $(E_1) : 3x - 2 = 2x - 1$*
   *Soit $x \in \mathbb{R}$, on a*

$$3x - 2 = 2x - 1 \text{ éq} : 3x - 2x = 2 - 1 \text{ éq} : x = 1$$

   *donc l'ensemble des solutions de l'équation est*

$$S = \{1\}$$

### 1.0.1 Équation du type : $(ax + b)(cx + d) = 0$.

**Exemple 3** *.*

*Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E) : (2x - 1)(3 + x) = 0$.*
*Soit $x \in \mathbb{R}$, on a*

$$\begin{array}{rcl} (2x-1)(3+x) & = & 0 \\ \text{éq} & : & (2x-1) = 0 \text{ ou } (3+x) = 0 \\ \text{éq} & : & x = \dfrac{1}{2} \text{ ou } x = -3 \end{array}$$

*donc l'ensemble des solutions de l'équation est*

$$S = \left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$$

### 1.0.2 Équation du type : $\dfrac{ax + b}{cx + d} = 0$

**Exemple 4** *.*

*Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E) : \dfrac{3x - 2}{x + 1} = 0$.*
*On cherche l'ensemble de définition de l'équation $(E)$ :*

$$\begin{array}{rcl} D_{(E)} & = & \{x \in \mathbb{R} / \ x + 1 \neq 0\} \\ & = & \{x \in \mathbb{R} / \ x \neq -1\} \\ & = & \mathbb{R} \setminus \{-1\} \end{array}$$

*Soit* $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, *on a*

$$\begin{array}{rcl} (E) \quad \acute{e}q & : & 3x - 2 = 0 \\ \acute{e}q & : & 3x = 2 \\ \acute{e}q & : & x = \dfrac{2}{3} \end{array}$$

*et comme* $\dfrac{2}{3} \in D_{(E)}$, *alors l'ensemble des solutions de l'équation* $(E)$ *est :*

$$S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

### 1.0.3 Équation irrationnelle

**Exemple 5** .

*Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $(E) : \sqrt{2x+1} = 3$

*On cherche l'ensemble de définition de l'équation* $(E)$ *:*

$$\begin{array}{rcl} D_{(E)} & = & \{x \in \mathbb{R} / \ 2x + 1 \geq 0\} \\ & = & \{x \in \mathbb{R} / \ 2x \geq -1\} \\ & = & \left\{ x \in \mathbb{R} / \ x \geq \dfrac{-1}{2} \right\} \\ & = & \left[ \dfrac{-1}{2}, +\infty \right[ \end{array}$$

*Soit* $x \in \left[ \dfrac{-1}{2}, +\infty \right[$, *on a*

$$\begin{array}{rcl} (E) \quad \acute{e}q & : & 2x + 1 = 9 \\ \acute{e}q & : & 2x = 9 - 1 \\ \acute{e}q & : & 2x = 8 \\ \acute{e}q & : & x = 4 \end{array}$$

*et comme* $4 \in \left[ \dfrac{-1}{2}, +\infty \right[$, *alors l'ensemble des solutions de l'équation* $(E)$ *est :*

$$S = \{4\}$$

### 1.0.4 Équation paramétrique

**Exemple 6** .

*Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation :* $(E) : mx + 3 = x + 5.$

*Soit* $x \in \mathbb{R}$, *on a*

$$\begin{array}{rcl} (E) \ \text{éq} & : & mx - x = 5 - 3 \\ \text{éq} & : & x(m-1) = 2 \end{array}$$

♣ Si $m = 1$ *alors l'équation devient* $0 = 2$ *ce qui signifie que l'équation* $(E)$ *n'admet aucune solution réelle. Donc*

$$S = \emptyset$$

♣ Si $m \neq 1$ *alors l'équation* $(E)$ *admet unique solution* $\dfrac{2}{m-1}$. *Donc*

$$S = \left\{ \frac{2}{m-1} \right\}.$$

# 2 Inéquations du premier degré à une inconnue

**Définition 7** *Une inéquation du premier degré à une seule inconnue* $x$ *est toute inéquation possédant l'une des formes suivantes :*

$$ax + b \geq 0 \text{ ou } ax + b \leq 0 \text{ ou } ax + b > 0 \text{ ou } ax + b < 0$$

**Exemple 8** *1. Résoudre dans l'ensemble* $\mathbb{R}$ *l' inéquation suivante* $(I)$ : $5x - 2(x + 1) > -3x + 1$

*Soit* $x \in \mathbb{R}$, *on a*

$$\begin{array}{rcl} (I) \ \text{éq} & : & 5x - 2x - 2 + 3x > 1 \\ \text{éq} & : & 5x - 2x + 3x > 2 + 1 \\ \text{éq} & : & 6x > 3 \\ \text{éq} & : & x > 2 \end{array}$$

*donc l'ensemble des solutions de l'inéquation* $(I)$ *est :*

$$S = ]2, +\infty[$$

2. *Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel $m$ l'équation* $(I) : 3mx - 5m(x-1) < x(1-m)$.
*Soit $x \in \mathbb{R}$, on a*

$$\begin{aligned}(I) \quad éq &: \quad 3mx - 5mx + 5m < x - mx \\ éq &: \quad 3mx - 5mx + mx - x < -5m \\ éq &: \quad x(3m - 5m + m - 1) < -5m \\ éq &: \quad x(-m-1) < -5m \\ éq &: \quad x(m+1) > 5m\end{aligned}$$

♣ Si $m > -1$, *alors* $m + 1 > 0$ *donc l'ensemble des solutions de l'inéquation* $(I)$ *est*

$$S = \left]\frac{5m}{m+1}, +\infty\right[$$

♣ Si $m < -1$, *alors* $m + 1 < 0$ *donc l'ensemble des solutions de l'inéquation* $(I)$ *est*

$$S = \left]-\infty, \frac{5m}{m+1}\right[$$

♣ Si $m = -1$ *alors l'inéquation devient* $0 > -5$. *Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation* $(I)$ *est*

$$S = \mathbb{R}$$

**Remarque 9** *.*

$$\text{Si} \quad 0x < a \text{ alors} : \begin{cases} S = \mathbb{R} \quad si\ a \in ]0, +\infty[ \\ \\ S = \emptyset \quad si \quad a \in ]-\infty, 0[ \end{cases}.$$

## 2.1 Signe du binôme $ax + b$ , $(a \neq 0)$

**Propriété 10** *Soient $a$ et $b$ deux réels, $a$ étant non nul le signe du binôme $ax + b$ est donné par le tableau suivant :*

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $ax+b$ | | $signe(-a)$ | $0$ | $signe(a)$ | |

**Démonstration 11** *Soient $a$ et $b$ deux réels tels que $a \neq 0$, on étudie le signe de $ax+b$.*

*On a*

$$ax+b=0 \ \ éq : a\left(x+\frac{b}{a}\right)=0 \ \ éq : x+\frac{b}{a}=0 \ éq : x=-\frac{b}{a}$$

*donc*

$$x+\frac{b}{a}>0 \ \ éq : x>-\frac{b}{a} \ \ éq : x\in\left]\frac{-b}{a},+\infty\right[$$

*et*

$$x+\frac{b}{a}<0 \ \ éq : \ x<-\frac{b}{a} \ éq : \ x\in\left]-\infty,\frac{-b}{a}\right[$$

*D'après le signe de $a$, on déduit les tableaux suivants :*

*Si : $a>0$*

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax+b$ | $-$ | 0 | $+$ |

*Si : $a<0$*

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax+b$ | $+$ | 0 | $-$ |

*On résume cette étude dans le tableau suivant :*

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax+b$ | $signe(-a)$ | 0 | $signe(a)$ |

**Exemple 12** *1. On étudie le signe : $2x+1$.*

*On résout dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x+1=0$.*

*Soit* $x \in \mathbb{R}$, *on a*

$$2x+1=0 \iff x=\frac{-1}{2}$$

*comme* $a=2>0$, *donc*

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

*d'où*

♣ $2x+1 \geq 0$ *sur* $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

♣ $2x+1 \leq 0$ *sur* $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

**Exemple 13** .

*Étudier le signe des expressions suivantes :*

$$P(x)=(1-x)(2x+3)\,,\quad F(x)=(x+1)^2(x+2)(-2x+3) \quad \text{et} \quad R(x)=\frac{5x-2}{1+3x}$$

♣ *Résolvons dans* $\mathbb{R}$ *les équations* : $1-x=0$ *et* $2x+3=0$.

♠ $1-x=0$ *éq :* $x=1$

♠ $2x+3=0$ *éq :* $x=\frac{-3}{2}$

*donc*

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-3}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $2x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $P(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

*d'où*

♠ $P(x) \leq 0$ *sur* $\left]-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup [1, +\infty[$

♠ $P(x) \geq 0$ *sur* $\left[\frac{-3}{2}, 1\right]$.

♣ *Résolvons dans* $\mathbb{R}$ *les équations* : $(x+1)^2 = 0$ , $x+2=0$ *et* $-2x+3=0$.

♠ $(x+1)^2 = 0$ *éq* : $x+1=0$ *éq* : $x=-1$

♠ $x+2=0$ *éq* : $x=-2$

♠ $-2x+3=0$ *éq* : $-2x=-3$ *éq* : $x=\frac{3}{2}$

*donc*

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $(x+1)^2$ | | $+$ | \| | $+$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | |
| $-2x+3$ | | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | 0 | $-$ | |
| $F(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

*d'où*

♠ $F(x) \geq 0$ *sur* $\left[-2, \frac{3}{2}\right]$

♠ $F(x) \leq 0$ *sur* $]-\infty, -2] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[ \cup \{-1\}$.

♣ *L'expression* $R(x)$ *existe si et seulement si* $1+3x \neq 0$ *si et seulement si* $x \neq -\frac{1}{3}$

♠ $5x-2=0$ *éq* : $5x=2$ *éq* : $x=\frac{2}{5}$

♠ $1+3x=0$ *éq* : $3x=-1$ *éq* : $x=\frac{-1}{3}$

*donc*

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-1}{3}$ | | $\frac{2}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $5x-2$ | | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ | |
| $1+3x$ | | $-$ | \| | $-$ | 0 | $+$ | |
| $R(x)$ | | $+$ | \|\| | $-$ | 0 | $+$ | |

*d'où*

♠ $R(x) \geq 0$ *sur* $\left]-\infty, \dfrac{-1}{3}\right[ \cup \left[\dfrac{2}{5}, +\infty\right[$

♠ $R(x) \leq 0$ *sur* $\left]\dfrac{-1}{3}, \dfrac{2}{5}\right]$.

# 3 Équations de second degré à une inconnue

## 3.1 Définition d'équation de second degré

**Définition 14** *L'équation définie par $ax^2 + bx + c = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ou $a, b$ et $c$ sont deux réels et $a$ est non nul est appelée équation de second degré à une inconnue.*

## 3.2 La forme canonique du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

**Propriété 15** *Soient $a, b$ et $c$ des réels tels que $a$ est non nul.*

*Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :*

$$ax^2 + bx + c = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

*L'expression : $a\left[(x + \dfrac{b}{2a})^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$, s'appelle la forme canonique du trinôme $ax^2 + bx + c$.*

**Démonstration 16** .

*On considère le trinôme du second degré $ax^2+bx+c$, avec $a \neq 0$.*

*Donc*

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(x^2+2\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(x^2+2\times\frac{b}{2a}\times x+(\frac{b}{2a})^2-(\frac{b}{2a})^2+\frac{c}{a}\right) \\
&= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right] \\
&= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]
\end{aligned}$$

*d'où pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a*

$$ax^2+bx+c = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

**Exemple 17** .

*Écrire sous la forme canonique*

$P(x)=x^2-4x+5$, $Q(x)=x^2+8x+1$, $R(x)=x^2-6x-7$ *et* $F(x)=x^2-7x+3$

*On cherche la forme canonique*

**Exercice 18**

♣

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^2-4x+5 \\
&= x^2-2\times 2x+2^2-2^2+5 \\
&= (x-2)^2-4+5 \\
&= (x-2)^2+1
\end{aligned}$$

♣

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^2+8x+1 \\ &= x^2+2\times 4x+4^2-4^2+1 \\ &= (x+4)^2-16+1 \\ &= (x+4)^2-15 \end{aligned}$$

♣

$$\begin{aligned} R(x) &= x^2-6x-7 \\ &= x^2-2\times 3x+3^2-3^2-7 \\ &= (x-3)^2-9-7 \\ &= (x-3)^2-16 \end{aligned}$$

♣

$$\begin{aligned} F(x) &= x^2-7x+3 \\ &= x^2-2\times \frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2+3 \\ &= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}+3 \\ &= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{37}{4} \end{aligned}$$

## 3.3 Méthode de résolution d'une équation du second degré à une inconnue

### 3.3.1 Définition et exemple

**Définition 19** *Soient $a, b$ et $c$ des réels tels que $a$ est non nul. On appelle **discriminant** du trinôme $ax^2+bx+c$, le nombre réel, noté $\Delta$ égal à $b^2-4ac$.*

***Remarque 20*** *Le symbole $\Delta$ se lit delta.*

**Exemple 21** .

*Calculer le discriminant $\Delta$ dans chaque cas*

$P(x)=4x^2-6x+\dfrac{9}{4}$, $\quad P(x)=-x^2+3x+5 \quad$ *et* $\quad P(x)=\sqrt{3}x^2+x+\sqrt{2}$

♣ *On a :* $a = 4$, $b = -6$ *et* $c = \dfrac{9}{4}$ *donc*

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 4 \times \frac{9}{4} = 36 - 36 = 0$$

♣ *On a :* $a = -1$, $b = 3$ *et* $c = 5$ *donc*

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 9 + 20 = 29$$

♣ *On a :* $a = \sqrt{3}$, $b = 1$ *et* $c = \sqrt{2}$ *donc*

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 1 - 4\sqrt{6}$$

## 3.4 La détermination de l'ensemble des solutions de l'équation du second degré à une inconnue

On considère l'équation du second degré $(E) : ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.
On sait d'après la forme canonique, que :

$$ax^2 + bx + c = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

comme $\Delta = b^2 - 4ac$ et $4a^2 = (2a)^2$, donc

$$ax^2 + bx + c = 0 \ \ \text{éq :} \ \ a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = 0$$

ensuite

$$a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = 0 \ \ \text{éq :} \ \ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{(2a)^2} = 0 \ \ \text{éq :} \ \ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{(2a)^2}$$

On distingue trois cas.

- Si : $\Delta < 0$, alors $\dfrac{\Delta}{(2a)^2} < 0$ et $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ donc l'équation $(E)$ n'admet pas de solution dans l'ensemble $\mathbb{R}$.
- Si : $\Delta = 0$, alors l'équation devient $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = 0$ et admet la solution $\dfrac{-b}{2a}$. $\left(\text{La racine } \dfrac{-b}{2a} \text{ est appelée racine double du trinôme}\right)$.

- Si : $\Delta > 0$, alors

$$\begin{aligned}
(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{(2a)^2} &= 0 \ \textit{éq} : \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2=0\\
\textit{éq} &: \left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0\\
\textit{éq} &: x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}=0 \ \textit{ou} \ x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}=0\\
\textit{éq} &: x=-\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \ \textit{ou} \ \ x=-\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\\
\textit{éq} &: x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \ \textit{ou} \ \ x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}
\end{aligned}$$

Ce qui signifie que l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

**On résume ceci**

On considère l'équation $(E) : ax^2+bx+c=0$, $(a \neq 0)$ et $\Delta$ le discriminant de l'équation.

- Si $\Delta < 0$ ,alors l'équation $(E)$ n'admet aucune solution dans l'ensemble $\mathbb{R}$.
- Si $\Delta = 0$, alors l'équation $(E)$ admet une solution unique $\dfrac{-b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$ , alors l'équation $(E)$ admet deux solutions réelles distinctes $x_1$ et $x_2$ telles que : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

**Définition 22** .

*Les racines réelles d'un trinôme $ax^2+bx+c$ sont lorsqu'elles existent, les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$.*

**Exemple 23** .

*Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ les équations suivantes* :

$(E_1) : 3x^2+x+2=0$, $\quad (E_2) : x^2-10x+25=0 \quad$ *et* $\quad (E_3) : x^2-3x+2=0$.

**Remarque 24** .

*À chaque fois que $b=0$ ou $c=0$, il est inutile d'utiliser le discriminant $\Delta$ et les formules associées.*

**Exemple 25** .

*Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :*

$$(E_1) : x^2 - 4 = 0, \quad (E_2) : \; x^2 - 2x = 0 \quad et \quad (E_3) : x^2 + 2x + 1 = 0$$

## 3.5 Somme et produit des solutions d'équation du second degré

**Propriété 26** .

*Soit l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ de discriminant $\Delta \geq 0$. Alors l'équation admet deux solutions réelles distinctes ou confondues $x_1$ et $x_2$ :*

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \; et \;\; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- *La somme des solutions* :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

- *Produit des solutions* :

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

**Démonstration 27** .

*On considère l'équation $(E)$ : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$ de discrimiant $\Delta \geq 0$. Alors l'équation admet deux solutions réelles distinctes* : $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ *(On peut avoir $x_1 = x_2$). Donc*

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

*et*

$$\begin{aligned} x_1 \times x_2 &= \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \\ &= \frac{(-b)^2-(\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2-\Delta}{4a^2} \\ &= \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} \\ &= \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \end{aligned}$$

*donc*

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad et \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

**Exemple 28** *On considère l'équation* $(E)$ : $2020x^2 - 2021x + 1 = 0$. *Montrer que* 1 *est une solution de l'équation* $(E)$, *puis déterminer la deuxième solution.*

*On a* $2020 \times 1^2 - 2021 \times 1 + 1 = 0$, *donc le nombre* 1 *est une solution de l'équation* $(E)$.

*On a* : $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$, *alors* $x_2 \times 1 = \dfrac{1}{2005}$ *par suite la deuxième solution est* : $\dfrac{1}{2005}$.

**Remarque 29** *.*

Si $a+b+c=0$ *alors* 1 *est solution de l'équation* $ax^2+bx+c=0$.

# 4 Factorisation d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ , $(a \neq 0)$

**Propriété 30** *Soient* $a$, $b$ *et* $c$ *trois réels tels que* $a \neq 0$, *et* $\Delta$ *le discriminant du trinôme du second degré* $ax^2+bx+c$ *et* $(E)$ *l'équation suivante* : $ax^2+bx+c=0$.

- *Si* $\Delta < 0$, *alors* $ax^2+bx+c$ *ne peut pas être factorisé dans* $\mathbb{R}$.

- *Si* $\Delta = 0$*, alors pour tout* $x \in \mathbb{R}$*, on a :*

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

- *Si* $\Delta > 0$*, alors l'équation* $(E)$ *admet* $2$ *solutions réelles distinctes* $x_1$ *et* $x_2$ *et on a :*

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

**Démonstration 31** *On considère le trinôme du second degré* $ax^2 + bx + c$*, avec* $a \neq 0$*.*

*On sait que la forme canonique, du trinôme* $ax^2 + bx + c$ *est :*

$$ax^2 + bx + c = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

- *Si* $\Delta = 0$*, alors*

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

- *Si* $\Delta < 0$*, alors l'équation* $ax^2 + bx + c = 0$ *n'admet pas de solution réelle. On ne peut donc pas factoriser* $ax^2 + bx + c$ *dans* $\mathbb{R}$*.*

- *Si $\Delta > 0$, alors*

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c &= a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]\\
&= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{4a}\right)^2\right]\\
&= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2\right]\\
&= a\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\\
&= a\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\\
&= a\left(x-\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\\
&= a(x-x_1)(x-x_2)\\
\textit{avec} &: \; x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \textit{et } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}
\end{aligned}$$

**Exemple 32** .

*Factoriser dans $\mathbb{R}$ les trinômes suivants :* $P(x)=6x^2-x-1$ *et* $Q(x)=x^2+3x+4$.

1. *On cherche les racines du trinôme $P(x)$ :*
   *On a : $a=6$, $b=-1$ et $c=-1$, alors* $\Delta=(-1)^2-4\times 6\times(-1)=25>0$ *donc, le trinôme $P(x)$ admet deux racines réelles distinctes $x_1$ et $x_2$ telles que*

$$x_1=\frac{1+\sqrt{25}}{2\times 6}=\frac{1}{2} \quad \textit{et} \quad x_2=\frac{1-5}{2\times 6}=\frac{-4}{12}=\frac{-1}{3}$$

   *d'où :*

$$P(x)=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$$

2. *On cherche les racines du trinôme $Q(x)$ :*
   *On a : $a = 1$, $b = 3$ et $c = 4$, alors $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 4 = -7 < 0$*
   *donc, le trinôme $Q(x)$ n'admet aucune racine réelle, d'où, le trinôme ne peut pas être factorisé dans l'ensemble $\mathbb{R}$.*

# 5 Signe du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$

**Propriété 33** *Soient $a, b$ et $c$ trois réels, $a$ étant non nul. Soit le trinôme $ax^2 + bx + c$, et $\Delta$ son discriminant.*

- *Si $\Delta < 0$, le trinôme garde un signe constant, le signe de $a$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.*
- *Si $\Delta = 0$, le trinôme garde un signe constant, le signe de $a$ pout tout $x \neq \dfrac{-b}{2a}$.*
- *Si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de $a$, à l'extérieur des racines (lorsqu'elles existent) et du signe contraire entre les racines.*

| $x$ | $-\infty$ | | $x1$ | | $x2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ax2{+}bx{+}c$ | | $signe(a)$ | 0 | $signe(-a)$ | 0 | $signe(a)$ | |

**Démonstration 34** *Soient $a, b$ et $c$ trois réels, $a$ étant non nul. Soit le trinôme $ax^2 + bx + c$, et $\Delta$ son discriminant.*

- Si $\Delta < 0$, *alors $-\Delta > 0$ donc le trinôme $ax^2 + bx + c$ s'écrit comme suit :*

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{(-\Delta)}{4a^2}\right]$$

*Le premier terme entre crochets est un carré, donc toujours positif ou nul, le deuxième est strictement positif, puisque . D'où la somme entre crochets est strictement positive. Par conséquent, $ax^2 + bx + c$ ne s'annule pas et garde un signe constant, le signe de $a$ , pour tout $x \in \mathbb{R}$.*

- *Si* $\Delta = 0$, *alors le trinôme comme suit*

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

*Le trinôme admet une racine double* $\frac{-b}{2a}$*. Et comme un carré est toujours positif ou nul,* $ax^2 + bx + c$ *est toujours du signe de* $a$ *, pour tout* $x \neq \frac{-b}{2a}$.

- *Si* $\Delta > 0$, *alors le trinôme s'écrit comme suit*

$$ax^2 + bx + c \quad = \quad a(x - x_1)(x - x_1)$$

*où* $x_1$ *et* $x_2$ *sont les deux racines réelles distinctes du trinôme*

*pour fixer les idées, supposons que* $x_1 < x_2$ *. Faisons un tableau de signes suivant :*

| $x$ | $-\infty$ | | $x1$ | | $x2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $signe(a)$ | | | $signe(a)$ | | $signe(a)$ | |
| $x-x1$ | $-$ | | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $x-x2$ | $-$ | | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $(x-x1)(x-x2)$ | $+$ | | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $a(x-x1)(x-x2)$ | $signe(a)$ | | 0 | $signe(-a)$ | 0 | $signe(a)$ | |

*Un trinôme du second degré* $ax^2 + bx + c$, *avec* $a \neq 0$, *est toujours du signe de* $a$, *à l'extérieur des racines (lorsqu'elles existent) et du signe contraire entre les racines.*

**Exemple 35** .

*Étudier le signe des trinômes suivants :*

$$P(x) = 6x^2 - x - 1, \quad Q(x) = x^2 - 10x + 25 \quad et \quad R(x) = x^2 + x + 1$$

- *On a* : $a = 6$, $b = -1$ *et* $c = -1$, *alors* : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 6 \times (-1) = 25 > 0$.
  *Donc le trinôme admet deux racines rélles distinctes*
  $$x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \times 6} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \times 6} = \frac{-1}{3}$$
  *et comme* $a = 6 > 0$, *on déduit le tableau de signe* :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-1}{3}$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

  *d'où*

  ♠ $P(x) \geq 0$ *sur* $\left]-\infty, \frac{-1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

  ♠ $P(x) \leq 0$ *sur* $\left[\frac{-1}{3}, \frac{1}{2}\right]$.

- *On a* : $a = 1$, $b = -10$ *et* $c = 25$, *alors* : $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$.
  *Donc le trinôme admet une unique (double)* : $x = \frac{10}{2} = 5$
  *et comme* $a = 1 > 0$, *alors on déduit que le trinôme* $Q(x)$ *est strictement positif pour tout* $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $Q(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

  *Remarque* : *On a* $Q(x) = x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2 \geq 0$ *pout tout* $x \in \mathbb{R}$.

- *On a* : $a = 1$ , $b = 1$ *et* $c = 1$, *alors* : $\Delta = (1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$.
  *Donc le trinôme n'admet donc aucune racine, et comme* $a = 1 > 0$ *alors le trinôme est strictement positif pour tout* $x \in \mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $R(x)$ | | $+$ | |

## 5.1 Résolution d'une inéquation du second degré à une inconnue

### 5.1.1 L'étude d'un exemple

Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'inéquation : $6x^2 - x - 1 \geq 0$

On sait d'après le paragraphe précédent que le trinôme $6x^2 - x - 1$ admet deux racines réelles distinctes : $\dfrac{-1}{3}$ et $\dfrac{1}{2}$, et comme $a = 6 > 0$, on déduit le tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-1}{3}$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Donc, l'ensemble des solutions de l'inéquation est :

$$S = \left]-\infty, \frac{-1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

# 6 Équations du premier degré à deux inconnues

*$\mathbb{R}^2$ est l'ensemble des couples $(x, y)$ tels que : $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.*

**Définition 36** .

- *Équation de la forme $ax + by = c$ tels que $a$,$b$ et $c$ sont des réels connus est une équation du premier degré à deux inconnues $x$ et $y$.*
- *Résoudre l'équation $ax + by = c$ signifie de touver tous les couples $(\alpha, \beta)$ qui vérifient $a\alpha + b\beta = c$.*
- *Si $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ alors l'équation $ax + by = c$ admet une infinité des solutions.*

**Exemple 37** .

*Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation $(E) : 2x - y - 3 = 0$.*

$$2x - y - 3 = 0 \quad \text{éq :} \quad y = 2x - 3$$

*Les solutions de l'équation $(E)$ sont les couples $(x, 2x - 3)$, et on écrit :*

$$S = \{(x, 2x - 3)\,;\; x \in \mathbb{R}\}$$

**Exemple 38** .

*Résoudre dans* $\mathbb{R}^2$ *l'équation* $(E) : 4x + y + 3 = 0$ *puis représenter l'ensemble des solutions dans un repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

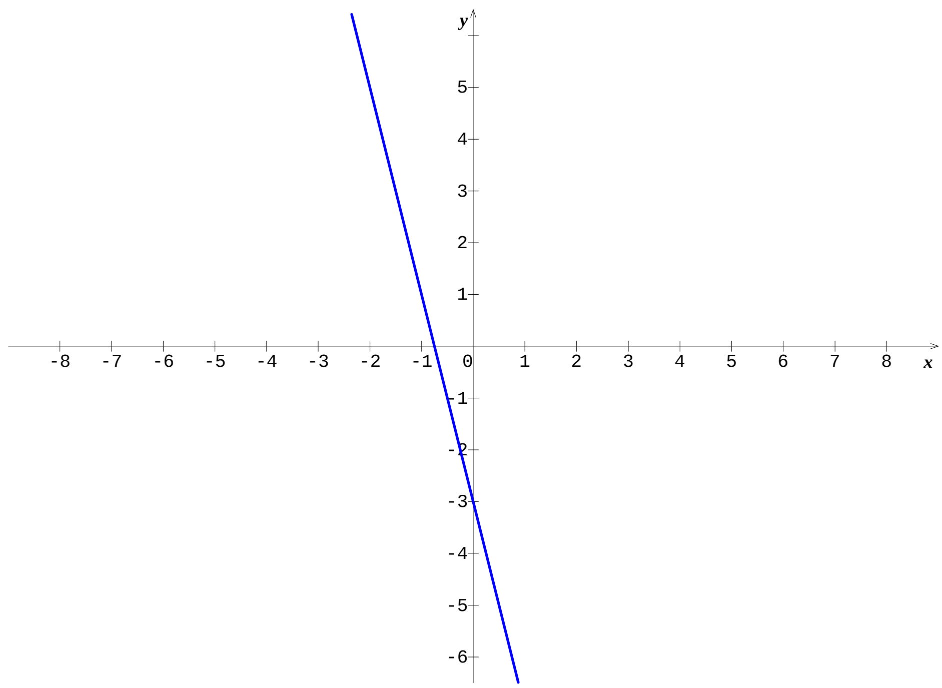
*Résolvons dans* $\mathbb{R}^2$ *l'équation* $(E_1) : 4x + y + 3 = 0$.

$$4x + y + 3 = 0 \ \text{ éq : } \ y = -4x - 3$$

*donc l'ensemble des solutions de l'équation* $(E_1)$ *est :*

$$S = \{(x, 4x - 3),\ x \in \mathbb{R}\}$$

*La représenatation graphique de l'ensemble des solutions*




# 7 Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

**Définition 39** ***et propriété.***

*Soient $a, b, c, a', b'$ et $c'$ des réels tels que $(a, b) \neq (0, 0)$ et $(a', b') \neq (0, 0)$. On note $(S)$ le système*

$$\begin{cases} ax + by = c \\ \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

*Le réel $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ est appelé déterminant du système $(S)$. On pose : $D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}$ et $D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}$.*

- *Le système $(S)$ admet un couple solution et un seul si et seulement si $D \neq 0$. On dit dans ce cas que le système de CRAMER et l'unique couple solution du système $(S)$ est donné par les formules*

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{ac' - a'c}{D} \qquad et \qquad x = \frac{D_x}{D} = \frac{cb' - c'b}{D}$$

- Si $D = 0$, *alors ou bien le système $(S)$ n'admet aucune solution ou bien le système admet une infinité de couples solutions.*

**Démonstration 40** .

*On considère le système $(S) : \begin{cases} ax + by = c \\ \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ tels que $a, b, c, a', b', c'$ des réels non nuls.*

*On a*

$$\begin{cases} ax + by = c \\ \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{éq :} \quad \begin{cases} ab'x + bb'y = b'c & (1) \\ \\ a'bx + bb'y = bc' & (2) \end{cases}$$

*on soustrait $(1)$ de $(2)$ on obtient : $(ab' - a'b)\, x = cb' - bc'$*

♣ Si $ab' - a'b \neq 0$ *c'est-à-dire* $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \neq 0$ *alors* $x = \dfrac{cb' - c'b}{ab' - a'b}$ *et* $y = \dfrac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$

*Réciproquement, si on pose $x_0 = \dfrac{cb' - c'b}{ab' - a'b}$ et $y_0 = \dfrac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$ alors*

$$ax_0 + by_0 = a \times \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b} + b \times \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b} = c$$

*et*

$$a'x_0 + b'y_0 = a' \times \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b} + b' \times \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b} = c'$$

*Donc le couple* $(x_0, y_0) = \left(\frac{cb' - c'b}{ab' - a'b}, \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}\right)$ *est bien solution du système considèré.*

*Remarquons que :* $cb' - c'b = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}$ *et* $ac' - a'c = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}$ *et alors*

$x = \dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ *et* $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$.

♣ Si $ab' - a'b = 0$ *alors :* $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'}$

- ♠ Si $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{c}{c'}$ *alors le système se réduit à l'unique équation* $ax + by + c = 0$ *et admet une infinité de couples solutions à savoir tous les couples de la forme* $\left(x, \dfrac{-b}{a}x + \dfrac{c}{a}\right)$
- ♠ Si $\dfrac{c}{c'} \neq \dfrac{a}{a'}$ *le système n'a pas de solution.*

**Exemple 41** .

*Résoudre dans l'ensemble* $\mathbb{R}^2$ *les systèmes suivant :* $(S) : \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$

*On calcule le déterminant du système* $(S_1)$ : $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$

*On a*

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 \times (-2) - 1 \times 5 = -9 \neq 0$$

*donc le système* $(S_1)$ *admet une seule solution est le couple* $(x, y)$ *tel que* :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{-9} = \frac{-8-1}{-9} = 1 \quad \text{et } y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{-9} = \frac{2-20}{-9} = \frac{-18}{-9} = 2$$

*d'où l'ensemble des solutions du système est*

$$S = \{(1,2)\}$$

**Exemple 42** .

*Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m les solutions du système suivant :* $\begin{cases} mx + 4y = m + 2 \\ \\ x + my = 2 \end{cases}$

■ *Calculons le déterminant du système* $D = \begin{vmatrix} m & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix}$ :

$$D = \begin{vmatrix} m & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 4$$

*Résolvons l'équation :*

$m^2 - 4 = 0.m^2 - 4 = 0$ *éq* : $(m-2)(m+2) = 0$ *éq* : $m = 2oum = -2$

■ Si $m \neq 2$ *et* $m \neq -2$ *alors le système* $(S)$ *admet une seule solution est le couple* $(x, y)$ *tel que :*

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} m+2 & 4 \\ 2 & m \end{vmatrix}}{m^2 - 4} = \frac{m(m+2) - 8}{m^2 - 4} = \frac{m^2 + 2m - 8}{(m-2)(m+2)} = \frac{m+4}{m+2}$$

*et*

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} m & m+2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{m^2 - 4} = \frac{2m - (m+2)}{m^2 - 4} = \frac{2m - m - 2}{m^2 - 4} = \frac{m-2}{(m+2)(m-2)} = \frac{1}{m+}$$

*d'où l'ensemble des solutions du système* $(S)$ *est*

$$S = \left\{ \left( \frac{m+4}{m+2}, \frac{1}{m+2} \right) \right\}$$

■ Si $m = 2$ *alors le système devient* $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ *qui est équivaut à* $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$ . *Donc le système admet une infinité de solutions ce* *sont les solutions de l'équation* $2x + 4y = 4$*. Comme* $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$*. Donc*

$$S = \left\{ \left( x, -\frac{1}{2}x + 1 \right), \ x \in \mathbb{R} \right\}$$

■ Si $m = -2$ *alors le système devient* $\begin{cases} -2x + 4y = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ *qui est équivaut à* $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$*. Donc le système n'admet aucun solution. Donc*

$$S = \varnothing$$

**Remarque 43** *.*

*Pour que le système n'admette aucune solution, il suffit que*

$$D = 0 \quad et \quad (D_x = 0 \quad ou \quad D_y = 0)$$

# 8 Régionnement du plan

## 8.1 Demi-plan

**Définition 44** *La droite* $(d)$ *d'équation* $ax + by + c = 0$ *partage le plan en deux demi-plans :*

- ***Un demi-plan fermé*** $(P_1)$ *contenant la droite* $(d)$*, qui est l'ensemble des points* $M(x, y)$ *tels que :* $ax + by + c \geq 0$*.*
- ***Un demi-plan fermé*** $(P_2)$ *contenant la droite* $(d)$*, qui est l'ensemble des points* $M(x, y)$ *tels que :* $ax + by + c \leq 0$*.*

  *La droite* $(d)$ *est appelée* ***droite frontière*** *des demi-plans* $(P_1)$ *et* $(P_2)$*.*

**Remarque 45** *Si les inégalités son strictes (signes* $<$ *ou* $>$*), les demi-plans ne contiennent pas la droite* $(d)$*.*

**Exemple 46** *.*

*Le plan lié au repère orthonormé* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$*.*

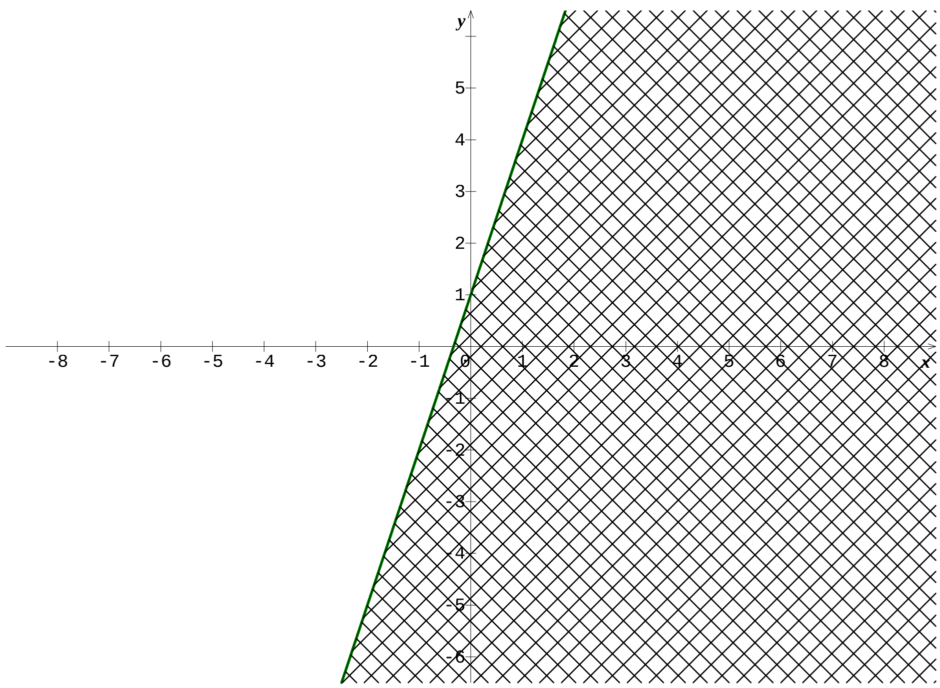
*Résoudre graphiquement l'inéquation suivante* $(I) : -3x + y - 1 \leq 0$*.*

- *On représente la droite $(d)$ d'équation $-3x + y - 1 = 0$.*
- *On cherche le demi-plan $(P)$ qui vérifie l'inéquation proposée.*

  *On sait, que le demi-plan $(P)$ est l'un des demi-plans délimités par la droite $(d)$ et la contenant car l'inégalité est large.*
- *On effectue alors un test avec un point n'appartenant pas à la droite $(d)$, par exemple $O(0,0)$.*

  ***Test*** : $-3 \times 0 + 0 - 1 = -1 \leq 0$.

  *Le demi-plan $(P)$ est donc celui délimité par la droite $(d)$, contenant la droite $(d)$ car l'inégalité est large, et contenant le point $O\,(0,0)$.*
- *On représente le demi-plan $(P)$.*




*Les solutions d'inéquation $(I)$ est l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan qui appartiennent au demi-plan fermé $(P)$ délimité par la droite $(d)$ et contenant le point $O(0,0)$. (La partie hachurée en rouge dans la figure).*

**Exemple 47** .

*Le plan lié à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.*

*Résoudre graphiquement le système suivant :* $(S) : \begin{cases} 4x + y - 5 \leq 0 \\ \\ -x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$

♣ *On cherche le demi-plan qui vérifie l'inéquation* $4x + y - 5 \leq 0$.

*On a* $O(0,0) \longmapsto 4 \times 0 + 0 - 5 = -5 \leq 0$.

*Donc* $4x + y - 5 \leq 0$ *détermine l'ensemble des points* $M(x, y)$ *du demi-plan* $(P_1)$ *fermé délimite par la droite* $(D) : 4x + y - 5 = 0$ *et contenant le point* $O$.

♣ *On cherche le demi-plan qui vérifie l'inéquation* $-x + y - 2 \leq 0$.

*On a* $O(0,0) \longmapsto 0 + 0 - 2 = -2 \leq 0$.

*Donc* $-x + y - 2 \leq 0$ *détermine l'ensemble des points* $M(x, y)$ *du demi-plan* $(P_2)$ *fermé délimite par la droite* $(D) : -x + y - 2 = 0$ *et contenant le point* $O$.

*Ainsi l'ensemble des solutions du système* $(S)$ *est l'ensemble des points* $M(x, y)$ *qui font partie de l'intersection de* $(P_1)$ *et* $(P_2)$.

**FIN**

**www.etude – generale.com**

**Pr : Yahya MATIOUI**