La droite dans le plan

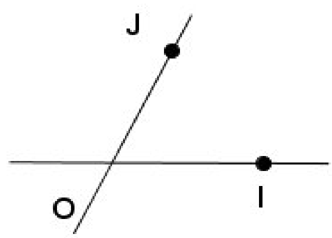
Coordonnées d'un point–coordonnées d'un vecteur

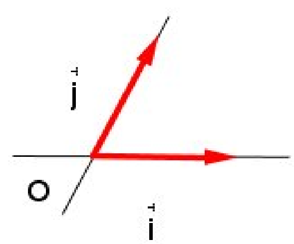
Repère du plan

Définition 1 *Un **repère du plan** est défini par trois points non alignés (O, I, J). Le point O est l'origine du repère, la droite (OI) est appelée l'axe des abscisses, la droite (OJ) est appelée l'axe des ordonnées.*

On peut aussi définir un repère à l'aide des vecteurs. Si on pose $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{j}$ le repère sera noté $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ avec $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ deux vecteurs non colinéaires. Dans ce cas $\left(O, \overrightarrow{i}\right)$ est l'axe des abscisses et $\left(O, \overrightarrow{j}\right)$ est l'axe des ordonnées.

Exemple 2



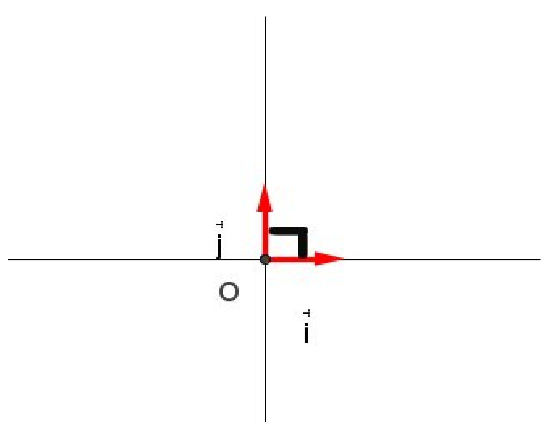


Cas particuliers :

*Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, le repère est dit **orthogonal.***

Si les points O, I et J forment un triangle rectangle isocèle en O (c'est-à-dire si $OI = OJ$ et $(OI) \perp (OJ)$) alors le repère est dit orthonormal (ou orthonormé).

Exemple de repère orthonormé



Coordonnées d'un point

Propriété 3 *Dans un repère* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *, pour tout point* M *du plan il existe un* ***couple unique de nombres réels*** (x, y) *tels que :* $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$.

On dit que (x, y) *est le couple de* ***coordonnées du point*** M *et on notera* $M(x, y)$*. On appelle* x ***l'abscisse*** *de* M *et* y ***son ordonnée.***

Coordonnées d'un vecteur

Définition 4 *Dire que le vecteur* $\overrightarrow{u}$ *a pour coordonnées* x *et* y *dans le repère veut dire que :* $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$.

Pour indiquer les coordonnées du vecteur on utilise la notation : (x, y) .

Propriété 5 *Soient* $\overrightarrow{u}(x, y)$ *et* $\overrightarrow{v}(x', y')$ *deux vecteurs d'un plan muni d'un repère.*

- $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v}$ *équivaut à* $x = x'$ *et* $y = y'$.

Propriété 6 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère.*

Si $A(x_A, y_A)$ *et* $B(x_B, y_B)$ *alors :* $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$.

Exemple 7 *Si* $A(1, -4)$ *et* $B(-3, 7)$ *alors :* $\overrightarrow{AB}(-3 - 1, 7 - (-4))$ *, c'est-à-dire :* $\overrightarrow{AB}(-4, 11)$.

Coordonnées de la somme de deux vecteurs et du produit d'un vecteur par un nombre réel.

Propriété 8 *Dans un plan muni d'un repère, si* $\overrightarrow{u}(x, y)$ *et* $\overrightarrow{v}(x', y')$ *et* k *est un nombre réel. Alors :*

- *le vecteur* $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ *a pour coordonnées :* $(x + x', y + y')$.

- *le vecteur* $k\overrightarrow{u}$ *a pour coordonnées :* (kx, ky) .

Exemple 9 *Le plan étant muni d'un repère, soit* $\overrightarrow{v}(6, -1)$ *et* $\overrightarrow{w}(-7, 2)$ *. Calculer les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$*.*

comme $\overrightarrow{w}(-7, 2)$ *et* $2\overrightarrow{w}(-14, 4)$ *. Donc :* $\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}(6 - 14, -1 + 4)$*.*

C'est-à-dire : $\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}(-8, 3)$.

Condition analytique de la colinéarité de deux vecteurs.

Déterminant de deux vecteurs

Définition 10 *Dans un repère* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *du plan. On appelle déterminant des vecteurs* $\overrightarrow{u}(x, y)$ *et* $\overrightarrow{v}(x', y')$ *dans ce repère le nombre noté* $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ *tel que :*

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

Exemple 11 *Dans un repère* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *du plan. On considère les vecteurs* $\overrightarrow{u}\,(4,5)$ *et* $\overrightarrow{v}\,(-2,1)$.

Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *est le nombre :*

$$\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right) = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 4 \times 1 - (-2) \times 5 = 14$$

Propriété 12 .

Dans un repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *du plan. On considère les vecteurs* $\overrightarrow{u}\,(x,y)$ *et* $\overrightarrow{v}\,(x',y')$.

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont* ***colinéaires si, et seulement si leur déterminant est nul*** *c'est-à-dire si, et seulement si* $\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right) = 0$.

Démonstration 13 *On suppose que les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*

- *Si :* $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$, *alors :* $x = y = 0$. *Donc :* $xy' - x'y = 0$. *C'est-à-dire :* $\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right) = 0$.

- *Si :* $\overrightarrow{u} \neq \overrightarrow{0}$, *donc il existe* k *de* $\mathbb{R}$ *tel que :* $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$. *Ceci signifie que :* $x' = kx$ *et* $y' = ky$.

  Donc :

  $$\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right) = xy' - x'y = xky - kxy = 0$$

Réciproquement : On suppose que $xy' - x'y = 0$.

- *Si :* $\overrightarrow{u} \neq \overrightarrow{0}$ *donc :* $x \neq 0$ *ou* $y \neq 0$.

  On suppose que : $x \neq 0$ (*même démarche si* $y \neq 0$).

  On a : $xy' - x'y = 0$. *C'est-à-dire :* $y' = \dfrac{x'}{x}y$.

  On pose $k = \dfrac{x'}{x}$. *Donc :* $y' = ky$ *et* $x' = kx$. *Ce qui signifie que :* $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$. *Donc les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*

- *Si :* $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$. *Alors* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*

Dans les deux cas si $xy' - x'y = 0$, *alors* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires.*

Remarque 14 .

Un corollaire immédiat à cette propriété est que trois points du plan A, B *et* C *sont alignés si etseulement si* $\det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 0$.

Exemple 15 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère du plan.*

Montrer que les points $M\,(4,-1)$, $N\,(7,-3)$ *et* $P\,(-5,5)$ *sont alignés.*

- *On cherche les coordonnées des vecteurs* $\overrightarrow{MN}$ *et* $\overrightarrow{MP}$.

  On a : $\overrightarrow{MN}\,(x_N - x_M, y_N - y_M)$, *donc :* $\overrightarrow{MN}\,(3,-2)$. *De même on a :* $\overrightarrow{MP}\,(x_p - x_M, y_p - y_M)$, *donc :* $\overrightarrow{MP}\,(-9,6)$.

- *Calculons* $\det\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right)$:

$$\det\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right) = \begin{vmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

On conclut que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont colinéaires, par suite les points sont alignés.

Milieu et longueur d'un segment

Milieu d'un segment

Propriété 16 *Dans un plan muni d'un repère étant donné deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.*

Longueur d'un segment

Propriété 17 *Dans un plan muni d'un repère orthonormé, si $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ sont deux points alors la distance de A à B est $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.*

Exemple 18 *La distance entre les points $A\,(3, 1)$ et $B\,(-1, 2)$ dans un repère orthonormé est :*

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1-3)^2 + (2-1)^2} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

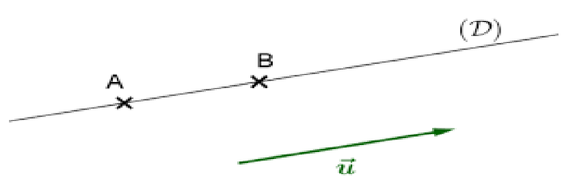
Droite définie par un point et un vecteur directeur

Vecteur directeur d'une droite

Définition 19 *.*

(D) est une droite du plan.

On appelle vecteur directeur de (D) tout vecteur non nul $\overrightarrow{u}$ qui possède la même direction que la droite (D).



Remarque 20 *Toute droite possède une infinité de vecteurs directeurs.*

Remarque 21 *.*

♣ *Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur directeur de la droite (d). Tout vecteur non nul et colinéaire au vecteur $\overrightarrow{u}$ est aussi vecteur directeur de cette droite.*

♣ *Deux points distincts quelconques de la droite (d) définissent un vecteur directeur de cette droite.*

♣ *Deux droites (d) et (d') sont parallèles si tout vecteur directeur de l'une est aussi vecteur directeur de l'autre.*

Exemple 22 *Soit la droite (d) définie par : $A(3,-5)$ et $B(2,3)$.*
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (d), on a alors : $\overrightarrow{AB}(-1,8)$.

Représentation paramétrique d'une droite

Propriété 23 *Dans le plan muni d'un repère. On considère la droite (D) passant par le point $A(x_A, y_A)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(a,b)$. Le point $M(x,y)$ appartient à la droite (D) si et seulement si :* $\begin{cases} x = x_A + at \\ \\ y = y_A + bt \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$.
Ce système est appelé représentation paramétrique de la droite (D).

Démonstration 24 .

$$\begin{array}{llll} M \in (D) & \text{éq} & : & \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{AM} \text{ sont colinéaires} \\ & \text{éq} & : & \text{il existe un réel } t \text{ tel que } \overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{u} \\ & \text{éq} & : & (x - x_A, y - y_A) = t(a,b) \\ & \text{éq} & : & \begin{cases} x - x_A = at \\ \\ y - y_A = bt \end{cases}, (t \in \mathbb{R}) \\ & \text{éq} & : & \begin{cases} x = x_A + at \\ \\ y = y_A + bt \end{cases}, (t \in \mathbb{R}) \end{array}$$

Exemple 25 *Dans le plan muni d'un repère. On considère la droite (D) passant par le point $A(3,-5)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(-2,3)$.*
Une représentation paramétrique de la droite (D) est : $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ \\ y = -5 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$

Exemple 26 *Dans le plan muni d'un repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.*
On considère dans le plan la droite (D) passant par les points $A(3,-2)$ et $B(5,4)$. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D).

Équation cartésienne d'une droite dans le plan

Définition 27 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère.*

Toute droite (d) *a une équation de la forme* $ax + by + c = 0$ *avec* $(a, b) \neq (0, 0)$.

Exemple 28 *On considère un repère* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *du plan.*

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) *passant par les points* $A(1, 2)$ *et* $B(-1, 3)$.

Méthode.

Soit $M(x, y)$ *un point du plan.*

$M \in (D)$ *signifie que les vecteurs* $\overrightarrow{AM}$ *et* $\overrightarrow{AB}$ *sont colinéaires.*

Donc : $\det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right) = 0$, *et comme* : $\overrightarrow{AM}(x-1, y-2)$ *et* $\overrightarrow{AB}(-2, 1)$, *alors* :

$$\begin{aligned}
\det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right) &= \begin{vmatrix} x-1 & -2 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\
\textit{éq} &: \begin{vmatrix} x-1 & -2 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\
\textit{éq} &: (x-1) - (-2)(y-2) = 0 \\
\textit{éq} &: x + 2y - 5 = 0
\end{aligned}$$

d'où une équation cartésienne de la droite (D) *est* : $x + 2y - 5 = 0$.

Propriété 29 .

Soit $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère et* a, b *et* c *des réels tels que* $(a, b) \neq (0, 0)$.

L'ensemble des points $M(x, y)$ *tels que* $ax + by + c = 0$ *est une droite de vecteur directeur* $\overrightarrow{u}(-b, a)$.

Démonstration 30 . *Admis*

Exemple 31 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère du plan.*

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) *passant par le point* $A(3, 1)$ *et de vecteur directeur* $\overrightarrow{u}(-1, 5)$.

- *On a* : $\overrightarrow{u}(-1, 5)$ *est un vecteur directeur de* (d), *une équation cartisienne de* (d) *est de la forme* : $5x + y + c = 0$.

Pour déterminer c, *il suffit de substituer les coordonnées de* A *dans l'équation. On obtient* :

$$5 \times 3 + 1 + c = 0 \quad \textit{éq} : c = -16$$

Donc une équation cartésienne de la droite (D) *est* : $5x + y - 16 = 0$.

Remarque 32 *L'équation cartésienne d'une droite n'est pas unique. On peut toujours multiplier les coefficients par un facteur* k *non nul. Par exemple, on peut trouver pour la droite de l'exemple l'equation cartésienne suivante* : $10x + 2y - 32 = 0$ *en multipliant par* 2.

Exemple 33 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère du plan.*

Soit la droite (D) *dont une représentation paramétrique est :* $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ \\ y = 3 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) *.*

Soit $t \in \mathbb{R}$, *on a*

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = 1 + 2t \\ \\ y = 3 - 4t \end{cases} \\ \text{éq} \quad : \quad & \begin{cases} x - 1 = 2t \\ \\ y - 3 = -4t \end{cases} \\ \text{éq} \quad : \quad & \begin{cases} t = \dfrac{x-1}{2} \\ \\ t = \dfrac{3-y}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Donc, on obtient : $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{3-y}{4}$, *on écrit cette équation sous la forme :* $ax + by + c = 0$.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{4} \ \text{éq} : \frac{2(x-1)}{4} = \frac{3-y}{4} \ \text{éq} : \ 2x + y - 5 = 0$$

donc une équation cartésienne de la droite (D) *est :* $2x + y - 5 = 0$.

Exemple 34 *Soit* $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *un repère du plan.*

Soit (D) *la droite d'équation cartésienne* $3x - 2y + 4 = 0$, *déterminer une représentation paramétrique de la droite* (D)*.*

- *On sait que le vecteur* $\overrightarrow{u}(-b, a)$ *est un vecteur directeur de la droite* (D) *tels que :* $a = 3$ *et* $b = -2$.

  Ceci signifie que le vecteur $\overrightarrow{u}(2, 3)$ *est un vecteur directeur de la droite* (D)*. On prend le point* $A(0, 2)$ *appartient à* (D)*.*

  Donc, une représentation paramétrique de la droite (D) *est :* $\begin{cases} x = 2t \\ \\ y = 2 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Équation réduite d'une droite

Soit $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ un repère du plan.

Une équation cartésienne de la droite (d) est donc du type : $ax + by + c = 0$ avec $(a, b) \neq (0, 0)$.

Comme $b \neq 0$, on peut diviser cette équation par b, on obtient alors :

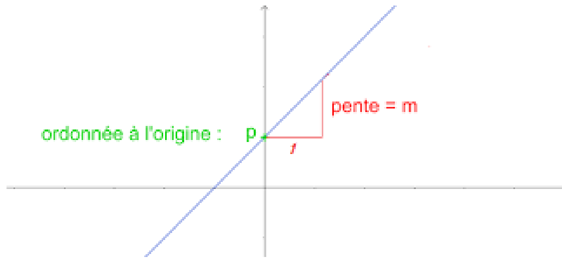
$$\frac{a}{b}x + y + \frac{c}{b} = 0 \ \text{éq} : y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$$

En posant : $m = \dfrac{-a}{b}$ et $p = \dfrac{-c}{b}$, on obtient :

$$y = mx + p$$

Cette équation est appelée "équation réduite" de la droite (d).

- m est appelé la pente ou le coefficient directeur de la droite (d).
- p est appelé l'ordonnée à l'origine de la droite (d).



Exemple 35 *On considère la droite (d) d'équation cartésienne* : $4x + y - 6 = 0$.

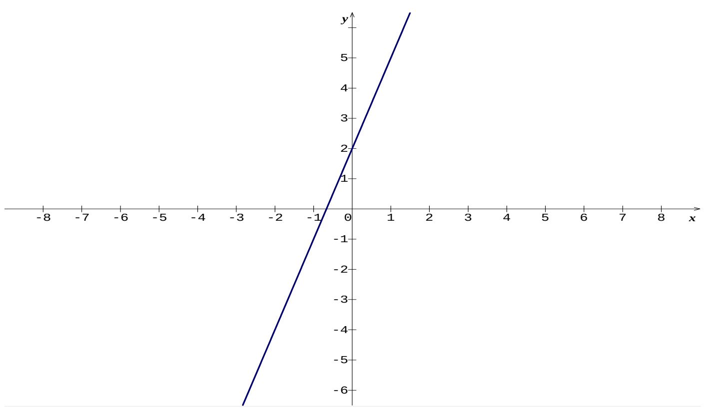
$$4x + y - 6 = 0 \quad \acute{e}q : y = -4x + 6$$

Donc, une équation de (d) est : $y = -4x + 6$.

Propriété 36 (*Droites particulières*)

- *Une droite horizontale (parallèle à l'axe des abscisses) a comme équation* : $y = a$.
- *Une droite verticale (parallèle à l'axe des ordonnées) a comme équation* : $x = b$.

Exemple 37 *Soit* $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ *un repère du plan.*
Tracer la droite (d) d'équation réduite : $y = 3x + 2$.
Son ordonnée à l'origine est 2 *et son coeffcient directeur* 3.



Exemple 38 .
Soit $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ *un repère du plan.*
Tracer chacune des droites d'équations : $(d_1) : y = -2x + 3$, $(d_2) : y = 5$, $(d_3) : x = 3$ *et* $(d_4) : y = 4x + 1$

La Position relative de deux droites

Propriété 39 *Dans un repère du plan. Soit la droite* (D) *d'équation cartésienne* $ax+by+c=0$ *avec* $(a,b)\neq(0,0)$ *et la droite* (D') *d'équation cartésienne* $a'x+b'y+c'=0$ *avec* $(a',b')\neq(0,0)$.

- *Les deux droites* (D) *et* (D') *sont parallèles si et seulement si :* $\begin{vmatrix} -b & -b' \\ a & a' \end{vmatrix}=0.$

- *Les deux droites* (D) *et* (D') *sont sécantes si et seulement si :* $\begin{vmatrix} -b & -b' \\ a & a' \end{vmatrix}\neq 0.$

Démonstration 40 *:*

- *Les droites* (D) *et* (D') *sont parallèles signifie que leur vecteur directeur sont colinéaires.*

  C'est-à-dire : $\overrightarrow{u}(-b,a)$ *et* $\overrightarrow{v}(-b',a')$ *sont colinéaires, donc :* $\det(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=0$, *d'où :* $\begin{vmatrix} -b & -b' \\ a & a' \end{vmatrix}=0.$

- *Démonstration similaire dans le cas des droites sécantes.*

Remarque 41 .
Soient les deux droites $(D): y=m_1x+p_1$ *et* $(D'): y=m_2x+p_2$. *On a :*

- $(D)\parallel(D')$ *si et seulement si* $m_1=m_2$.

- $(D)\perp(D')$ *si et seulement si* $m_1\times m_2=-1$.

Exemple 42 *Démontrer que les droites* (D_1) *et* (D_2) *d'équations respectives* $6x-10y-5=0$ *et* $-9x+15y=0$ *sont parallèles.*
Le vecteur $\overrightarrow{u}(10,6)$ *est un vecteur directeur de la droite* (D_1).
Le vecteur $\overrightarrow{v}(-15,-9)$ *est un vecteur directeur de la droite* (D_2).
Calculons : $\begin{vmatrix} 10 & -15 \\ 6 & -9 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 10 & -15 \\ 6 & -9 \end{vmatrix}=10\times(-9)-(-15)\times 6=0$$

donc $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont colinéaires, d'où les droites* (D_1) *et* (D_2) *sont parallèles.*

Propriété 43 .
Soient $(D): ax+by+c=0$ *et* $(D'): a'x+b'y+c'=0$ *deux droites du plan.*
(D) *et* (D') *sont orthogonales si et seulement si* $aa'+bb'=0$.

Démonstration 44 . *Admis*

Résolution des systèmes linéaires

Définition 45 *On appelle système d'équations linéaires de deux équations à deux inconnues, le système défini par :*

$$(S) : \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Résoudre un système d'équation linéaires à deux inconnues x et y et à deux équations, c'est trouver tous les couples (x, y) vérifiant simultanément les deux équations.

Exemple 46 *Soit le système défini par :*

$$(S) : \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

(S) est donc un système linéaire de deux équations à deux inconnues.

Chaque équation d'un système linéaire à deux inconnue (S) est assimilable à une équation cartésienne d'une droite. On peut donc assimiler le système linéaire de deux équations à l'intersection de deux droites.

Résolution par le calcul (algébrique) :

Méthode de résolution par substitution :

Exemple 47 *Résoudre par substitution le système :* $\begin{cases} x - 7y = 4 \\ \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x - 7y = 4 \\ \\ -4x + 3y = 2 \end{cases} \\ \text{éq} \quad : \quad & \begin{cases} x = 7y + 4 & (1) \\ \\ -4x + 3y = 2 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

On remplace l'inconnue x dans l'équation (2), on obtient :

$$-4(7y + 4) + 3y = 2 \quad \text{éq} : -25y - 18 = 0 \quad \text{éq} : y = -\frac{18}{25}$$

On remplace l'inconnue y par $\dfrac{-18}{25}$ dans la première équation. On obtient :

$$x - 7 \times \left(\frac{-18}{25}\right) = 4 \quad \text{éq} : x = -\frac{26}{25}$$

Donc

$$S = \left\{\left(\frac{-26}{25}, \frac{-18}{25}\right)\right\}$$

Par élimination ou combinaisons linéaires

1) On choisit l'inconnue à éliminer : x (ou y).

2) On multiplie chacune des deux équations par un coefficient bien choisi pour faire apparaitre le même nombre de x (ou de y) dans chaque équation.

3) On ajoute ensuite membre à membre chaque équation. L'inconnue choisie disparait.

4) On peut donc calculer l'autre. Puis on remplace l'inconnue par sa valeur dans une des deux équations du départ pour trouver la 2ème inconnue.

Exemple 48 *Résoudre par élimination le système :* $\begin{cases} 3x - 7y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x - 7y = 4 \ \times (4) \\ -4x + 3y = 2 \ \times (3) \end{cases} \quad \text{éq} : \begin{cases} 12x - 28y = 16 \quad (1) \\ -12x + 9y = 6 \quad (2) \end{cases}$$

On additionne terme à terme (1) *et* (2). *On obtient* :

$$-19y = 22 \ \ \text{éq} : y = -\frac{22}{19}$$

On remplace y *par* $\frac{-22}{19}$ *dans la première équation. On obtient* :

$$3x - 7y = 4 \ \ \text{éq} : 3x - 7 \times \left(\frac{-22}{19}\right) = 4 \ \ \text{éq} : x = \frac{-26}{19}$$

Donc :

$$S = \left\{ \left(\frac{-26}{19}, -\frac{22}{19} \right) \right\}$$

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude – generale.com