Les ensembles de nombres

Les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, ID, \mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$

Les nombres entiers naturels : $\mathbb{N}$

Définition 1 *Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif. L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté* $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

Exemple 2 :

- $4 \in \mathbb{N}$
- $-2 \notin \mathbb{N}$

Les nombres entiers relatifs : $\mathbb{Z}$

Définition 3 *Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif. L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté* $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Exemple 4 :

- $-2 \in \mathbb{Z}$
- $5 \in \mathbb{Z}$
- $-0,334 \notin \mathbb{Z}$

Remarque 5 *Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels* $\mathbb{N}$ *appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs* $\mathbb{Z}$. *On dit que l'ensemble* $\mathbb{N}$ *est inclus dans l'ensemble* $\mathbb{Z}$. *On note* : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Les nombres décimaux : ID

Définition 6 *Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. L'ensemble des **nombres décimaux** est noté* ID.

$$ID = \left\{ \frac{a}{10^n} / \ a \in \mathbb{Z} \ et \ n \in \mathbb{N} \right\}$$

Exemple 7 :

- $0,56 \in ID$
- $3 \in ID$
- $\frac{1}{3} \notin ID$
- $\frac{3}{4} \in ID$

Remarque 8 *Tous les nombres de l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ appartiennent à l'ensemble des nombres décimaux ID. On dit que l'ensemble $\mathbb{Z}$ est inclus dans l'ensemble ID. On note : $\mathbb{Z} \subset ID$. On obtient :*

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID$$

Les nombres rationnels : $\mathbb{Q}$

Définition 9 *Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul. L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.*

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} /\ a \in \mathbb{Z} \ et\ b \in \mathbb{N}^* \right\}$$

Exemple 10 :

- $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
- $4 \in \mathbb{Q}$
- $-4,8 \in \mathbb{Q}$
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Remarque 11 *Tous les nombres de l'ensemble des nombres décimaux ID appartiennent à l'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$. On dit que l'ensemble ID est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Q}$. On note : $ID \subset \mathbb{Q}$. On obtient :*

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q}$$

Les nombres réels : $\mathbb{R}$

Définition 12 *Un nombre est irrationnel lorsqu'il ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction.*

Exemple 13 :

- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ *et* $\sqrt{17}$... *irrationnels.*
- π *est un nombre irrationnel.*

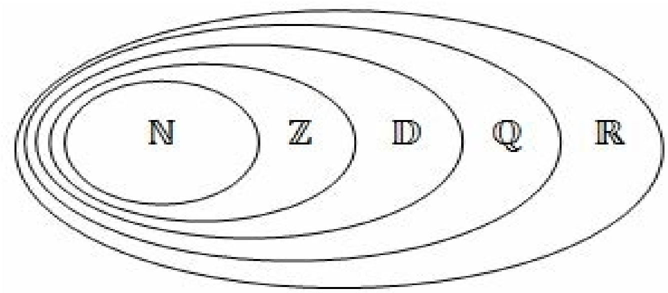
Définition 14 *Un nombre réel est un nombre qui est soit rationnel soit irrationnel.* $\mathbb{R}$ *est l'ensemble des nombres réels.*

Exemple 15 $2; 0; -5; 0,67; \frac{1}{3}; \sqrt{3};$ *et* π *appartiennent à* $\mathbb{R}$.

Remarque 16 :

- *l'ensemble* $\mathbb{Q}$ *est inclus dans l'ensemble* $\mathbb{R}$*. On note :* $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$*. On obtient :*

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Ensemble vide

Définition 17 *Un ensemble qui ne contient pas de nombre s'appelle l'ensemble vide et se note* $\varnothing$.

Exercice d'application 18 :

On considère les nombres suivants :

$$\frac{225}{5} \ ; \ \frac{\sqrt{20}^2}{10^2} \ ; -\sqrt{25} \ ; \frac{4}{3} \ ; \ \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \ ; \ \sqrt{2} \ ; \ \frac{7}{2^3 \times 5} \ ; \ 2,859 \ ; \sqrt{\frac{7 \times 77}{11 \times 9}}$$

Recopier et compléter le tableau suivant :

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	ID	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$

Solution 19

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	ID	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{225}{5}$	$\frac{225}{5}$ $-\sqrt{25}$	$\frac{225}{5}$ $-\sqrt{25}$ $\frac{\sqrt{20}^2}{10^2}$ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ $\frac{7}{2^3\times5}$ $2,859$	$\frac{225}{5}$ $-\sqrt{25}$ $\frac{\sqrt{20}^2}{10^2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ $\frac{7}{2^3\times5}$ $2,859$ $\sqrt{\frac{7\times77}{11\times9}}$	$\frac{225}{5}$ $-\sqrt{25}$ $\frac{\sqrt{20}^2}{10^2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ $\sqrt{2}$ $\frac{7}{2^3\times5}$ $2,859$ $\sqrt{\frac{7\times77}{11\times9}}$

Les opérations dans l'ensemble $\mathbb{R}$

La multiplication dans $\mathbb{R}$

a, b et c des réels.

1. $a \times b = b \times a = ab = ba$
2. $a\,(bc) = (ab)\,c = (ac)\,b = abc$
3. $a \times \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{a} \times a = \dfrac{a}{a} = 1;\ \ (a \neq 0)$
4. $1 \times a = a \times 1 = a$

Les opérations sur les fractions

a, b , c et d des réels tels que : $bd \neq 0$ (c'est-à-dire $b \neq 0$ et $d \neq 0$) .

1. $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b} = \dfrac{a+c}{b}$ et $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd}$
2. $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad-bc}{bd}$
3. $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$
4. $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{1}{c} = \dfrac{a}{bc};\ \begin{cases} c \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$
5. $k \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{ak}{b}$
6. $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc};\begin{cases} c \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$
7. $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{ac}{b};\ (bc \neq 0)$
8. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ équivaut à : $ad = bc$
9. $\dfrac{a}{b} = c$ équivaut à : $a = bc$
10. $\dfrac{a}{b} = 0$ équivaut à : $a = 0$

Remarque 20 .

1. Si $\begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}$ *alors $a + c = b + d$. La réciproque est fausse*

2. Si $\begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}$ *alors $ac = bd$. La réciproque est fausse*

3. Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ cela ne veut pas dire que $a = c$ et $b = d$.

4. L'inverse d'un nombre a non nul est l'unique nombre b tel que $a \times b = 1$; il se note $\dfrac{1}{a}$.

5. L'opposé d'un nombre a est l'unique nombre b tel que $a + b = 0$; il se note $-a$.

Exemple 21 .
Simplifier A, B et C.

$$A = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) \times \frac{2 - \dfrac{4}{7}}{3} \times \frac{1}{\dfrac{4}{3} - \dfrac{1}{2}}; \qquad B = 6 - \frac{\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{8}}{3 - \dfrac{5}{2} - \dfrac{7}{4}} \text{ et } \qquad C = \frac{\dfrac{1}{1-\pi} - \dfrac{1}{1+\pi}}{1 + \dfrac{1}{\pi^2 - 1}}$$

•

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) \times \frac{2 - \frac{4}{7}}{3} \times \frac{1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}} \\
&= \left(\frac{9}{12} - \frac{20}{12}\right) \times \frac{\frac{14}{7} - \frac{4}{7}}{3} \times \frac{1}{\frac{8}{6} - \frac{3}{6}} \\
&= \frac{9 - 20}{12} \times \frac{\frac{14-4}{7}}{3} \times \frac{1}{\frac{8-3}{6}} \\
&= \frac{-11}{12} \times \frac{\frac{10}{7}}{3} \times \frac{1}{\frac{5}{6}} \\
&= \frac{-11}{12} \times \frac{10}{7 \times 3} \times 1 \times \frac{6}{5} \\
&= \frac{-11}{12} \times \frac{10}{21} \times \frac{6}{5} \\
&= \frac{-11}{21}
\end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} B &= 6-\frac{\frac{5}{2}+\frac{3}{8}}{3-\frac{5}{2}-\frac{7}{4}} \\ &= 6-\frac{\frac{20}{8}+\frac{3}{8}}{\frac{12}{4}-\frac{10}{4}-\frac{7}{4}} \\ &= 6-\frac{\frac{20+3}{8}}{\frac{12-10-7}{4}} \\ &= 6-\frac{\frac{23}{8}}{\frac{-5}{4}} \\ &= 6-\frac{23}{8}\times\left(\frac{-4}{5}\right) \\ &= 6+\frac{23}{10} \\ &= \frac{60}{10}+\frac{23}{10} \\ &= \frac{83}{10} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} C &= \frac{\dfrac{1}{1-\pi}-\dfrac{1}{1+\pi}}{1+\dfrac{1}{\pi^2-1}} \\ &= \frac{\dfrac{(1+\pi)-(1-\pi)}{(1-\pi)(1+\pi)}}{\dfrac{\pi^2-1}{\pi^2-1}+\dfrac{1}{\pi^2-1}} \\ &= \frac{\frac{2\pi}{1-\pi^2}}{\frac{\pi^2}{\pi^2-1}} \\ &= \frac{2\pi}{1-\pi^2}\times\frac{\pi^2-1}{\pi^2} \\ &= \frac{2\pi}{1-\pi^2}\times\left(-\frac{1-\pi^2}{\pi^2}\right) \\ &= \frac{-2\pi}{\pi^2} \\ &= -\frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

Exemple 22 .

Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'expression $A(x)$ existe, puis simplifier l'expression :

$$A(x)=\frac{3}{x+1}-\frac{2}{x}$$

$A(x)$ existe ($A(x) \in \mathbb{R}$) si, et seulement si : $x+1 \neq 0$ et $x \neq 0$. C'est-à-dire : $x \neq -1$ et $x \neq 0$.

Donc, $A(x)$ existe si et seulement si x est différent de -1 et 0.

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x} \\ &= \frac{3x - 2(x+1)}{x(x+1)} \\ &= \frac{3x - 2x - 1}{x(x+1)} \\ &= \frac{x-1}{x(x+1)} \end{aligned}$$

Les racines carrées

Définition 23 *Étant donné un nombre positif a, il existe un unique nombre positif dont le carré est égal à a. Ce nombre est appelé racine carrée de a et noté $\sqrt{a}$. Autrement dit, si a est positif, $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif tel que $(\sqrt{a})^2 = a$.*

Exemple 24 $\sqrt{9} = 3$ *et* $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$.

Propriété 25 *Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}^+$. On a :*

- $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$; $n \in \mathbb{N}^*$
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$, $a > 0$.
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$; $b > 0$

Exemple 26 .

Simplifier : $A = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180} \\ &= 3\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{36 \times 5} \\ &= 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 3\sqrt{5} - 2 \times 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}(6 + 12 - 8 - 6) \\ &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

Exemple 27 .

1. *Montrer que :* $\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$

2. *Soit x un réel tel que $x > 1$. On pose :* $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$.

Montrer que : $A - 1 = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}$

♣ *On a*

$$\begin{aligned}
\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} &= \frac{5\sqrt{7}\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)}{2-7} + \frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)}{2-7} \\
&= 5 \times \left(\frac{\sqrt{14}+7+2-\sqrt{14}}{-5}\right) \\
&= -9
\end{aligned}$$

et comme $-9 \in \mathbb{Z}$, donc

$$\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$$

♣ *Soit x un réel tel que $x > 1$, on a*

$$\begin{aligned}
A - 1 &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - 1 \\
&= \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} \\
&= \frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)} \\
&= \frac{x-(x-1)}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}
\end{aligned}$$

Puissances–Puissances de 10–L'écriture scientifique

Définition 28 *Soit a un réel non nul et $n \in \mathbb{N}^*$.*

- $a^1 = a$ *et* $a^0 = 1$.
- $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times ... \times a}_{n \text{ fois } a}$
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n = \underbrace{\dfrac{1}{a} \times \dfrac{1}{a} \times ... \times \dfrac{1}{a}}_{n \text{ facteurs}}$

Propriété 29 .

Soient a et b de réels $\mathbb{R}^*$ et pour tous m et n de $\mathbb{N}$. On a :

- $a^n \times b^n = (ab)^n$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(a^n)^m = a^{n\times m} = (a^m)^n$
- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = \dfrac{1}{a^{m-n}}$

Exemple 30 1. *Simplifier en utilisant les propriétés des puissances le nombre A tel que* $A = \dfrac{(3^2\times 11^5)^{-2}}{(3^4\times 11^2)^3} \times \dfrac{33^{15}}{3^2\times 11^{-1}}$

2. *Montrer que pour tout m et n de $\mathbb{N}$: $\dfrac{2^n}{5^m} \in ID$.*

-
$$\begin{aligned}
A &= \frac{(3^2\times 11^5)^{-2}}{(3^4\times 11^2)^3} \times \frac{33^{15}}{3^2\times 11^{-1}}\\
&= \frac{(3^2)^{-2}\times(11^5)^{-2}}{(3^4)^3\times(11^2)^3} \times \frac{(3\times 11)^{15}}{3^2\times 11^{-1}}\\
&= \frac{3^{-4}\times 11^{-10}}{3^{12}\times 11^6} \times \frac{3^{15}\times 11^{15}}{3^2\times 11^{-1}}\\
&= \frac{3^{-4+15}\times 11^{-10+15}}{3^{12+2}\times 11^{6-1}}\\
&= \frac{3^{11}\times 11^5}{3^{14}\times 11^5}\\
&= \frac{1}{27}
\end{aligned}$$

- *Pour montrer que $\dfrac{2^n}{5^m} \in ID$ il suffit de l'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$ tels que : $a\in\mathbb{Z}$ et $n\in\mathbb{N}$.*

On a
$$\frac{2^n}{5^m} = \frac{2^n\times 2^m}{2^m\times 5^m} = \frac{2^{n+m}}{(2\times 5)^m} = \frac{2^{n+m}}{10^m}$$

et comme n et m sont deux entiers naturels alors $2^{n+m}\in\mathbb{N}$, par suite $\dfrac{2^{n+m}}{10^m} \in ID$ d'où pour tout m et n de $\mathbb{N}$: $\dfrac{2^n}{5^m} \in ID$.

Exemple 31 .

Simplifier en utilisant les propriétés des puissances :

$$A = \frac{8^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 63}{5^4 \times 7^3 \times 2^8 \times 9} \quad , \quad B = \frac{6^3 \times 5^7 \times 27^3}{36 \times 9^5 \times 5^{10}}$$

♣

$$\begin{aligned} B &= \frac{6^3 \times 5^7 \times 27^3}{36 \times 9^5 \times 5^{10}} \\ &= \frac{6^3 \times 5^7 \times \left(3^3\right)^3}{6^2 \times \left(3^2\right)^5 \times 5^{10}} \\ &= \frac{6^3 \times 5^7 \times 3^9}{6^2 \times 3^{10} \times 5^{10}} \\ &= \frac{6}{3 \times 5^3} \\ &= \frac{2}{5^3} \\ &= \frac{2}{125} \end{aligned}$$

Puissances de 10

- $10^1 = 10$
- $10^0 = 1$
- $10^{-2} = 0,01$
- $10^{-1} = 0,1$
- $10^n = 1\underbrace{000...0}_{n \text{ zéro}}$
- $10^{-n} = \underbrace{0,000...0}_{n \text{ zéro}}1$

L'écriture scientifique

Définition 32 *Tout nombre décimal positif x peut s'écrire en écriture scientifique sous la forme : $x = a \times 10^p$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et p appartient à $\mathbb{Z}$. Cette écriture s'appelle **l'écriture scientifique.***

Exemple 33 :

- $0,02 = 2 \times 10^{-2}$
- $0,00015 = 1,5 \times 10^{-4}$
- $0,5 = 5 \times 10^{-1}$

- $-0,7 = -7 \times 10^{-1}$
- $34500 = 3,45 \times 10^4$
- $238 \times 10^5 = 2,38 \times 10^2 \times 10^5 = 2,38 \times 10^7$
- $0,045 \times 10^{12} = 4,5 \times 10^{-2} \times 10^{12} = 4,5 \times 10^{10}$

Identités remarquables

Soient a et b deux réels. On a :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Exemple 34 *Factoriser les expressions suivantes :*

$$A = x^3 - 1 \ , \quad B = x^3 - 8 + 4\left(x^2 - 4\right) - 3x + 6 \quad et \quad C = x^3 + 1 + 2\left(x^2 - 1\right) - (x+1)$$

-
$$\begin{aligned} A &= x^3 - 1 \\ &= (x-1)\left(x^2 + x + 1\right) \end{aligned}$$

-
$$\begin{aligned} B &= x^3 - 8 + 4\left(x^2 - 4\right) - 3x + 6 \\ &= (x-2)\left(x^2 + 2x + 4\right) + 4(x-2)(x+2) - 3(x-2) \\ &= (x-2)\left[\left(x^2 + 2x + 4\right) + 4(x+2) - 3\right] \\ &= (x-2)\left(x^2 + 2x + 4 + 4x + 8 - 3\right) \\ &= (x-2)\left(x^2 + 6x + 9\right) \end{aligned}$$

-
$$\begin{aligned} C &= x^3 + 1 + 2\left(x^2 - 1\right) - (x+1) \\ &= (x+1)\left(x^2 - x + 1\right) + 2(x-1)(x+1) - (x+1) \\ &= (x+1)\left[\left(x^2 - x + 1\right) + 2(x-1) - 1\right] \\ &= (x+1)\left(x^2 + x - 2\right) \end{aligned}$$

Remarque 35 *On a aussi les factorisations suivantes :*

$$\begin{aligned} a^4 - b^4 &= (a-b)\left(a^3 + a^2 b + a b^2 + b^3\right) \\ a^5 - b^5 &= (a-b)\left(a^4 + a^3 b + a^2 b^2 + a b^3 + b^4\right) \\ a^6 - b^6 &= (a-b)\left(a^5 + a^4 b + a^3 b^2 + a^2 b^3 + a b^4 + b^5\right) \end{aligned}$$

D'une façon générale on a : $(a^n - b^n) = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + ... + b^{n-1}\right)$

Exercice d'application 36 *Soient a et b deux réels.*

1. *Développer :* $(a+b)(a+b)^2$ *et* $(a-b)(a-b)^2$.
2. *Déduire que :*

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{et} \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

♣ *On a*

$$\begin{aligned} (a+b)(a+b)^2 &= (a+b)\left(a^2 + 2ab + b^2\right) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} (a-b)(a-b)^2 &= (a-b)\left(a^2 - 2ab + b^2\right) \\ &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

♣ *Comme* $(a+b)(a+b)^2 = (a+b)^3$ *et* $(a-b)(a-b)^2 = (a-b)^3$ *donc*

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{et} \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

FIN

www.etude – generale.com

Pr : **Yahya MATIOUI**