

Devoir Surveillé N3

Durée 1H

Exercice 1 . (20 pts)

1. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 + x + 2$.

et (C_g) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) Déterminer les branches infinies de la courbe (C_g) .

c) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}), g'(x) = 3x^2 + 1$.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction g .

e) Étudier la concavité de (C_g) et déterminer le point d'inflexion de (C_g) .

f) Calculer $g(-1)$, puis déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x + 1 - \frac{x+1}{x^2}$.

et (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a) Déterminer D_f , puis calculer les limites aux bornes de D_f .

b) Déterminer les branches infinies de la courbe (C_f) .

c) Montrer que f est dérivable sur D_f et que : $(\forall x \in D_f), f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

d) Dresser le tableau de variation de f .

e) Étudier la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$.

f) Tracer la courbe (C_f) .

FIN

Pr : Yahya MATIOUI