www.etude-generale.com **TCSI**
Matière : Mathématiques
Professeur : Yahya MATIOUI

Série d'exercices N1 sur les fonctions numériques

Exercice 1 .

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{x-1} \quad , \quad f(x) = \frac{x^2-x+3}{x^2+x+3} \quad , \quad f(x) = \sqrt{6x^2-x-1}, \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x+3}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{2x-1}} \quad , \quad f(x) = \frac{\cos x}{1+\sqrt{x^2+1}} \quad et \quad \begin{cases} f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2} & , \ si \ x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{3}{x^2-1} & , \ si \ x > 0 \end{cases}$$

Exercice 2 .

Étudier la parité de la fonction f dans les cas suivants :

$$f(x) = |x-5| + |x+5| \quad , \quad f(x) = \frac{\tan x}{|x|+4} \quad , \quad f(x) = \sqrt{x^2-x} - \sqrt{x^2+x} \quad et \quad f(x) = \frac{x^2+|x|}{x}$$

Exercice 3 .

On considère la fonction numérique f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 2x-3 & , \ si \ \ x \in]-\infty, -2[\\ f(x) = x^3-2x & , \ si \ \ x \in [-2, 2] \\ f(x) = 2x+3 & , \ si \ \ x \in]2, +\infty[\end{cases}$$

1. *Déterminer D_f.*

2. *Montrer que la fonction f est impaire.*

Exercice 4 .

On considère le tableau de variations de la fonction f définie ci-dessous.

x	-3		-1		1		3		5
f	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-2

1. *Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.*

2. *Déterminer l'image de 1 et l'antécédente de 1 par f.*

3. *Déterminer les extremums de f sur D_f.*

4. *Déterminer $f([-3,-1])$ et $f([-1,3])$.*

5. *Déterminer le signe de f sur D_f.*

Exercice 5 .

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$.

(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. *Montrer que f est impaire.*

2. **a)** *Soit a et b deux éléments distincts de D_f; Montrer que : $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b} = \dfrac{-ab+4}{(a^2+4)(b^2+4)}$.*

   b) *Déterminer la monotonie de la fonction f sur $[0,2]$ et $[2,+\infty[$.*

   c) *En déduire la monotonie de f sur $]-\infty,-2]$ et $[-2,0]$.*

3. *Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.*

4. *Déterminer les extremums de f.*

Exercice 6 .

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = \dfrac{x|x|}{x^2+4}$.

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. *Déterminer D_f.*

2. *Étudier la parité de la fonction f, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.*

3. *Étudier la monotonie de la fonction f sur $\mathbb{R}^+$, puis déduire la monotonie de la fonction f sur $\mathbb{R}^-$.*

4. *Déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.*

Exercice 7 .

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. *Étudier la parité de la fonction f.*

2. **a)** *Etudier la monotonie de la fonction f sur les intervalles $[1,+\infty[$ et $[0,1]$.*

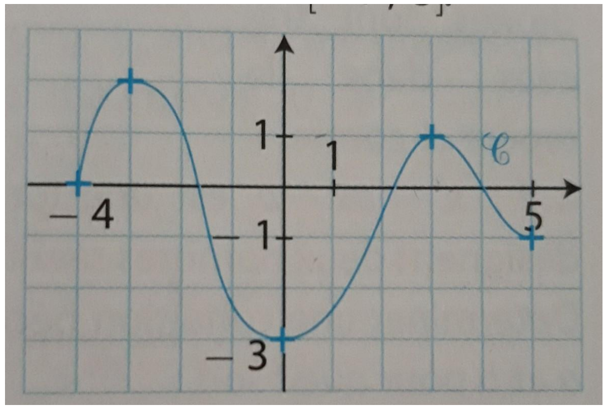
   b) *Montrer que pour tout $x \in [0,1]$, on a : $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{2}$.*

   c) *Déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.*

3. *Déterminer les extremums de la fonction f.*

Exercice 8 .

Soit f une fonction définie sur $I=[-4,5]$ dont la courbe est la suivante :



1. *Dresser le tableau de variations de f sur I.*
2. *Déterminer les extremums de la fonction f puis le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$.*
3. *Déterminer graphiquement : $f([-2,0])$ et $f([-3,4])$.*

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**