

Série d'exercices N2 sur les équations, inéquations et systèmes

Exercice 1 .

Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

1. Montrer que $P(x)$ est divisible par $(x - 1)$.
2. **a)** Déterminer les nombres a et b tels que : $P(x) = (x - 1)(x^2 + ax + b)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.
b) Écrire le polynôme $P(x)$ sous la forme des polynômes de premier degré.
3. **a)** Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $P(x) \geq 0$.
b) Déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $(I) : 6 - 2x \geq \sqrt{x}(5 - x)$.

Exercice 2 .

Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 9x^2 + 11x + 21$.

1. Calculer $P(-1)$.
2. Déterminer le quotient de la division euclidienne du polynôme $P(x)$ par $(x + 1)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $P(x) > 0$.

Exercice 3 .

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 - 22x + 24$.

1. **a)** Montrer que le polynôme $P(x)$ est divisible par $\left(x - \frac{3}{2}\right)$.
b) Déduire que $P(x)$ s'écrit sous la forme des polynômes de premier degré.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $P(x) > 0$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2|x|^3 + x^2 - 22|x| + 24 = 0$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $(I) : 2|x|^3 + x^2 - 22|x| + 24 \geq 0$.

Exercice 4 .

On considère l'équation $(E) : x^3 - 15x^2 + 62x - 72 = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que l'équation (E) est équivalente au système
$$\begin{cases} x = X + 5 \\ X \in \mathbb{R}, X^3 - 13X - 12 = 0 \end{cases}$$

2. Donner une solution évidente de l'équation : $X^3 - 13X - 12 = 0$, $X \in \mathbb{R}$.
3. Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $X \in \mathbb{R}$: $X^3 - 13X - 12 = (X + 1)(aX^2 + bX + c)$.
4. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $X^3 - 13X - 12 = 0$.
b) Dédire l'ensemble des solutions de l'équation (E).

Exercice 5 .

On considère le trinôme $T(x) = -4x^2 + 4x + 5$.

1. a) Déterminer la forme canonique du trinôme $T(x)$.
b) Montrer que : $T(x) \leq 6$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. a) Vérifier que le trinôme $T(x)$ admet deux racines distinctes α et β sans les calculer.
b) Calculer la valeur de chacun des nombres suivants : $\alpha \times \beta$, $\alpha + \beta$, $\alpha^2 + \beta^2$ et $\alpha^3 + \beta^3$.
3. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $T(x) = 0$.
b) En déduire l'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'inéquation $T(x) \geq 0$.

Exercice 6 .

1. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 + 2x - 8 = 0$.
b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation (I) : $\frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - 4} \leq \frac{3}{2}$.
2. On considère le polynôme $P(x) = x^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 - (2 + \sqrt{2})x - 2\sqrt{2}$.
a) Déterminer un polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x + 1)Q(x)$.
b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.
c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $|x|^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 - (2 + \sqrt{2})|x| - 2\sqrt{2} < 0$.

Exercice 7 .

On considère l'équation (E) : $x^2 - 6x - 3 = 0$.

1. On pose $a = 1 - \sqrt{3}$ et $b = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$. Montrer que : $\frac{a}{b} = 3 - 2\sqrt{3}$, puis $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6\left(\frac{a}{b}\right) - 3 = 0$.
2. Dédire l'ensemble des solutions de l'équation (E) sans calculer Δ .

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude-generale.com