

Série d'exercices sur le calcul vectoriel dans le plan

Exercice 1 .

Soit $ABCD$ un parallélogramme E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{DE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{DC}$.

1. Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.
2. Exprimer les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
3. Montrer que : $2\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{FB}$, puis déduire que les points B , E et F sont alignés.

Exercice 2 .

Soit $ABCD$ un parallélogramme E et F deux points tels que : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$.

1. a) Montrer que : $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FA}$.
b) Montrer que : $\overrightarrow{FC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$.
2. Déduire que les points B , C et F sont alignés.

Exercice 3 .

Soit ABC un triangle I , J et K trois points tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$.

1. Tracer les points I , J et K .
2. Montrer que : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
3. Montrer que : $\overrightarrow{JK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$.
4. Que peut-on conclure pour les points J , K et I ?

Exercice 4 .

Soit ABC un triangle et I et J deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{BC}$.

1. a) Montrer que : $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

b) Dédurre que : $\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

2. Soit K un point défini par : $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

a) Montrer que : $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) Dédurre que les points I , J et K sont alignés.

Exercice 5 .

Soit ABC un triangle et P et Q deux points tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Montrer que B est milieu du segment $[PQ]$.

Exercice 6 .

Soit ABC un triangle et $k \in \mathbb{R}$ et E et F deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + (1+k)\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = (1+k)\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

1. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{CB} sont colinéaires pour tout $k \in \mathbb{R}$.

2. Calculer la valeur de k si $E = F$.

3. Calculer la valeur de k pour que le quadrilatère $BCEF$ soit un parallélogramme.

Exercice 7 .

$ABCD$ est un parallélogramme et E est le milieu de $[BC]$ et F est le milieu de $[CD]$.

Montrer que : $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

[www.etude – generale.com](http://www.etude-generale.com)