Professeur : Yahya MATIOUI

Série d'exercices sur le barycentre dans le plan

Exercice 1 .

Soit ABC un triangle dans le plan et les points I et J sont les milieux respectifs du segment $[AC]$ et $[BC]$.

1. *Faire une figure.*
2. *Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,1)\,;(B,2)\,;(C,3)\}$.*
   Calculer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. **a)** *Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.*
   b) *Montrer que les points I, J et G sont alignés.*
4. *Soit D le point d'intersection des droites (AB) et (CG).*
   Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2 .

Soit ABC un triangle et G le barycentre du système pondéré $\left\{(A,1)\,;(B,2)\,;\left(C,\frac{-3}{2}\right)\right\}$, et I le point du plan défini par : $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. **a)** *Montrer que : $\overrightarrow{AG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.*
   b) *Montrer que le quadrilatère $ACIG$ est un parallèlogramme.*
2. *Soit J le point d'intersection de (IG) et (BC).*
   a) *Calculer $\overrightarrow{BJ}$ en fonction $\overrightarrow{BC}$.*
   b) *Montrer que : $\overrightarrow{GJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et déduire que G est le barycentre du système pondéré :*

$$\{(A,2)\,;(J,3)\,;(C,-2)\}\,.$$

Exercice 3 *Soit ABC un triangle et le point I est le milieu du segment $[BC]$. E et F sont deux points tels que :*

$$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB} \quad et \qquad \overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

D est le barycentre du système pondéré : $\{(A,1)\,;(B,-1)\,;(C,1)\}$.

1. *Montrer que :* $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. *Quelle est la nature du quadrilatère* $ABCD$.
2. *Montrer que :* $\overrightarrow{IE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{IF} = \dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
3. *Montrer que* I *est le milieu du segment* $[DE]$.
4. *Déduire que les points* I, E, F *et* D *sont alignés.*

Exercice 4 .

ABCD est un parallèlogramme de centre O. G *est le barycentre du système pondéré :*

$$\{(B,2)\,;(C,-1)\,;(D,2)\}$$

et E *est le barycentre du système pondéré* $\{(B,2)\,;(C,-1)\}$.

1. *Vérifier que* B *est le milieu du segment* $[CE]$.
2. **a)** *Exprimer* $\overrightarrow{AG}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AD}$ *puis déduire que :* $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
   b) *Construire une figure.*
   c) *Montrer que* G *est le centre de garivité du triangle* ABD.
3. *Montrer que les points* D, G *et* E *sont alignés.*
4. *Soit* I *le point d'intersection des droites* (DG) *et* (AB) *et* p *la projection sur* (DB) *parallèlement à* (DC). *On pose :* $G' = p(G)$.
   Montrer que :
   $$\overrightarrow{DG'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$$

Exercice 5 .

Soit ABCD un parallélgramme. On considère les points suivants :

- I *et* J *les milieux respectifs de* $[AD]$ *et* $[BC]$,
- K *et* L *les points de* $[AB]$ *tels que :* $AK = KL = LB$,
- G *est le barycentre du système pondéré :* $\{(A,2)\,;(B,1)\,;(C,1)\}$.

1. *Faire une figure correspondante.*
2. **a)** *Montrer que* G *est le milieu du segment* $[AJ]$.
   b) *En déduire que les droites* (AJ) *et* (BI) *sont sécantes en* G.
3. **a)** *Montrer que* G *est le barycentre des points pondérés* $(K,3)$ *et* $(C,1)$.
   b) *En déduire que* $G \in (CK)$.
4. **a)** *Montrer que* G *est le barycentre des points pondérés* $(D,1)$ *et* $(L,3)$.
   b) *Montrer que les droites* (AJ), (BI) ,(CK) *et* (DL) *sont concourantes au point* G.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude – generale.com