Matière : Mathématiques
Professeur : Yahya MATIOUI

Devoir Maison N1

Exercice 1 (*Les deux questions sont indépendantes*)

1. *On pose :* $A = \sqrt{7-\sqrt{33}} - \sqrt{7+\sqrt{33}}$.
   Calculer A^2, *puis en déduire une écriture simplifiée de* A.
2. *On considère le nombre réel :* $A = \sqrt{2} - \sqrt{3}$.
   Montrer que A *est solution de l'équation :* $x^4 - 10x^2 + 1 = 0$.

Exercice 2 .
a et b deux réels non nuls. Simplifier l'expression suivante :

$$\frac{a^{-2}b\left(a^2b^{-1}\right)^4 a^{-3}b^2}{ab^{-2}\left(a^{-1}b^2\right)^3\left(a^2b^3\right)}$$

Exercice 3 .
Soient a , b et c des nombres réels non nuls tels que : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.
Montrer que : $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Exercice 4 .

1. *Développer le produit :*
$$(a-1)\left(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5\right) \qquad \text{où } a \in \mathbb{R}^*.$$
2. *En déduire la valeur de la somme :*
$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

Exercice 5 (*Les deux questions sont indépendantes*)

1. *Montrer que :*
$$\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} \leq \sqrt{xy} \quad \text{pour tous } x, y \in [1, +\infty[$$
2. *Soient a, b, c, x, y et z des nombres réels quelconques.*
   Montrer que :
$$\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(x^2+y^2+z^2\right) \geq (ax+by+cz)^2 .$$

FIN