Les matrices - exercices

Exercice 1

Soient A, B et C les trois matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 2 \\ -4 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calculer, quand c'est possible :

- *2A + 3B ; 2A− 3C ; C – B,*
- *AB; AC ; BC ;* B^2*, ABC ; CAB.*

Exercice 2

Soient f et g les applications linéaires de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définies par :

$$f(x, yz) = (-x + z, -2x + y + z, -y) \; et \; g(x, y, z) = (x - y - z, -z, 2x - y - z)$$

1. Déterminer les matrices $A = M(f), B = M(g)$ et $C = M(fog)$ associés à f, à g et à fog, par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^3$.
2. Vérifier que $M(fog) = M(f)M(g)$ et en déduire A^{-1}et g^{-1}

Exercice 3

Soit E l'ensemble des matrices de la forme :

$$M(a, b) = \begin{bmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & b & a \\ -b & 0 & b \end{bmatrix} \; a \in \mathbb{R} \; et \; b \in \mathbb{R}$$

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $M(3,3)$ et donner une base B de E
2. On considère l'application f de E dans E, définie par $f = [M(a, b)] = M(a + b; a + b)$

- Vérifier que f est une application linéaire
- Déterminer son noyau
- Donner la matrice de f par rapport à la base B

Exercice 4

Soient B_1, B_2 et B_3 les trois bases de $\mathbb{R}^2$ définies par :

$$B_1 = \{(-4,1); (5,1)\};\ B_2 = \{(-2,5); (1,2)\}\ et\ B_3 = \{(1,-1); (2,1)\}$$

1. Donner les matrices de passage B_1 à B_2, de B_2 à B_3 et de B_1 à B_3.
2. Si $X = (1,1)$ dans la base B_1, utiliser les matrices précédentes pour déterminer les composantes de X dans les bases B_2 et B_3.

FIN

www.etude-generale.com