Devoir Surveillé

Durée 1H

On considère que le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

Exercice 1 .

On considère les points : $A(5,-2)$ *et* $B(2,1)$.
Soit (C) *l'ensemble des points* $M(x,y)$ *du plan tels que :* $\frac{MA}{MB} = 2$.

1. **a)** *Montrer que :* $M(x,y) \in (C) \iff x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$.
   b) *Prouver que* (C) *est un cercle dont on déterminera le centre* Ω *et le rayon* R.
2. *On considère la droite* (Δ) *d'équation* $\left(2+\sqrt{3}\right)x + y - \left(8+5\sqrt{3}\right) = 0$.
   a) *Vérifier que :* $A \in (\Delta)$, *puis montrer que* (Δ) *est tangente au cercle* (C).
   b *Montrer que* (Δ) *est tangente au cercle* (C) *en* $E\left(2+\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}\right)$.
3. *Déterminer une équation cartésienne de la droite* (Δ') *passant par* E *et perpendiculaire à* (AB).
4. *La droite* (Δ') *coupe le cercle* (C) *en autre point* F.
   a) *Déterminer les coordonnées du point* F.
   b) *Montrer que la droite* (AF) *est tangente au cercle* (C).

Exercice 2 .

On considère les points : $A\left(2,\sqrt{3}\right)$; $I\left(4,\sqrt{3}\right)$ *et* $J(5,0)$.
Soit (Γ) *l'ensemble des points* $M(x,y)$ *du plan tels que :* $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$.

1. *Prouver que* (Γ) *est un cercle dont on déterminera le centre* Ω *et le rayon* R *puis dessiner* (Γ).
2. **a)** *Vérifier que le point* A *appartient à* (Γ).
   b) *Donner une équation cartésienne de la tangente* (D) *au cercle* (Γ) *en* A.
3. **a)** *Déterminer une équation cartésienne de la droite* (Δ) *passant par* I *et perpendiculaire à* (D).
   b) *Montrer que* (Δ) *et* (Γ) *sont sécantes en* I *et* J.
4. *Calculer* $\cos\left(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}\right)$ *et* $\sin\left(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}\right)$ *puis en déduire la mesure principale de l'angle* $\left(\widehat{\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}}\right)$.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude – generale.com