

# Résolution des systèmes linéaires

## Résolution des systèmes linéaires

**Définition 1** On appelle système d'équations linéaires de deux équations à deux inconnues, le système défini par :

$$(S) : \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Résoudre un système d'équation linéaires à deux inconnues  $x$  et  $y$  et à deux équations, c'est trouver tous les couples  $(x, y)$  vérifiant simultanément les deux équations.

**Exemple 2** Soit le système défini par :

$$(S) : \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$(S)$  est donc un système linéaire de deux équations à deux inconnues.

Chaque équation d'un système linéaire à deux inconnue  $(S)$  est assimilable à une équation cartésienne d'une droite. On peut donc assimiler le système linéaire de deux équations à l'intersection de deux droites.

## Résolution par le calcul (algébrique) :

Méthode de résolution par substitution :

**Exemple 3** Résoudre par substitution le système :  $\begin{cases} x - 7y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x - 7y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 7y + 4 & (1) \\ -4x + 3y = 2 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

On remplace l'inconnue  $x$  dans l'équation (2), on obtient :

$$-4(7y + 4) + 3y = 2 \Leftrightarrow -25y - 18 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{18}{25}$$

On remplace l'inconnue  $y$  par  $-\frac{18}{25}$  dans la première équation. On obtient :

$$x - 7 \times \left(-\frac{18}{25}\right) = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{26}{25}$$

Donc

$$S = \left\{ \left( -\frac{26}{25}, -\frac{18}{25} \right) \right\}$$

### Par élimination ou combinaisons linéaires

- 1) On choisit l'inconnue à éliminer :  $x$  ( ou  $y$  ).
- 2) On multiplie chacune des deux équations par un coefficient bien choisi pour faire apparaître le même nombre de  $x$  (ou de  $y$  ) dans chaque équation.
- 3) On ajoute ensuite membre à membre chaque équation. L'inconnue choisie disparaît.
- 4) On peut donc calculer l'autre. Puis on remplace l'inconnue par sa valeur dans une des deux équations du départ pour trouver la 2ème inconnue.

**Exemple 4** Résoudre par élimination le système : 
$$\begin{cases} 3x - 7y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 7y = 4 \times (4) \\ -4x + 3y = 2 \times (3) \end{cases} \iff \begin{cases} 12x - 28y = 16 & (1) \\ -12x + 9y = 6 & (2) \end{cases}$$

On additionne terme à terme (1) et (2). On obtient :

$$-19y = 22 \iff y = -\frac{22}{19}$$

On remplace  $y$  par  $-\frac{22}{19}$  dans la première équation. On obtient :

$$3x - 7y = 4 \iff 3x - 7 \times \left(\frac{-22}{19}\right) = 4 \iff x = \frac{-26}{19}$$

Donc :

$$S = \left\{ \left( \frac{-26}{19}, -\frac{22}{19} \right) \right\}$$

**FIN**

Pr : **Yahya MATIOUI**

**www.etude – generale.com**