

## Série N2 l'étude des fonctions numériques

**Exercice 1** On considère la fonction  $F$  définie sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$  par :  $F(x) = 4x(\pi - x) - \pi \sin^2 x$ .

1. Montrer que  $F$  deux fois dérivables et que :  $F''(x) = -2(4 + \pi \cos(2x))$ .
2. Étudier le sens de variations de  $F'$  déduire le signe de  $F'$  sur  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .
3. En déduire que :  $(\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}])$ ,  $\sin^2 x \leq \frac{4}{\pi}x(\pi - x)$ .

**Exercice 2** Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+1}} , & x > 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2+1} - 1, & x \leq 0 \end{cases}$$

et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. **a)** Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
**b)** Étudier la dérivabilité de la fonction  $f$  au point  $x_0 = 0$  et interpréter les résultats obtenus.
2. Étudier les branches infinies de la courbe  $(C_f)$ .
3. **a)** Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ .  
**b)** Dresser le tableau de variations de  $f$ .
4. Construire la courbe  $(C_f)$ .

FIN

Pr : Yahya MATIOUI