

Série N2 l'étude des fonctions numériques

Exercice 1 On considère la fonction F définie sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ par : $F(x) = 4x(\pi - x) - \pi \sin^2 x$.

1. Montrer que F deux fois dérivables et que : $F''(x) = -2(4 + \pi \cos(2x))$.
2. Étudier le sens de variations de F' déduire le signe de F' sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.
3. En déduire que : $(\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}])$, $\sin^2 x \leq \frac{4}{\pi}x(\pi - x)$.

Exercice 2 Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+1}} , & x > 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2+1} - 1, & x \leq 0 \end{cases}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. **a)** Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
b) Étudier la dérivabilité de la fonction f au point $x_0 = 0$ et interpréter les résultats obtenus.
2. Étudier les branches infinies de la courbe (C_f) .
3. **a)** Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.
b) Dresser le tableau de variations de f .
4. Construire la courbe (C_f) .

FIN

Pr : Yahya MATIOUI