

Série d'exercices sur les fonctions périodiques

Exercice 1 Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x) - \cos x$$

1. Montrer que 2π est une période de la fonction f .
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 2(1 - \sin x) \left(\frac{1}{2} + \sin x \right)$$

3. Étudier les variations de f sur $I = [-\pi, \pi]$.
4. Résoudre dans $J = \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{3}\right]$ l'inéquation suivante : $f(x) \leq 0$.
5. Construire la courbe (C_f) sur l'intervalle J .
6. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation :

$$x \in J, \quad m + \cos x (1 - \sin x) = 0$$

Exercice 2 Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sin^2 x - 2 \cos x - 1$$

1. Montrer que la fonction f est paire.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $I = [0, \pi]$.
3. Étudier la concavité de la courbe (C_f) sur I et déterminer les points d'inflexion de (C_f) .
4. **a)** Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses sur l'intervalle I .
b) Construire la courbe (C_f) sur $[-2\pi, 2\pi]$.

FIN

Pr : Yahya MATIOUI