

## Devoir Surveillé N2

Durée 2H

### Exercice 1 (4 pts)

On considère dans  $\mathbb{R}$  les sous-ensembles suivants :  $A = ]-\infty, 3]$ ,  $B = ]-2, 7]$  et  $C = ]-5, +\infty[$ .

1. Déterminer  $A \setminus B$  et  $B \setminus A$ , puis déduire  $A \Delta B$ .
2. Déterminer  $A \cap C$  et  $A \cup C$ , puis en déduire  $A \Delta C$ .
3. Déterminer  $\overline{(A \setminus B) \cap C}$  (le complémentaire de  $(A \setminus B) \cap C$  de  $\mathbb{R}$ ).

### Exercice 2 (6 pts)

On considère les ensembles :

$$E = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{et} \quad F = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

1. Déterminer  $E \cap \left[ \frac{-\pi}{2}, \pi \right]$ .
2. Montrer que :  $E \subset F$ .
3. a) Montrer que :  $\frac{\pi}{3} \notin E$ .  
b) L'inclusion  $F \subset E$  est-elle satisfaite ? Justifier

### Exercice 3 (6 pts)

1. Déterminer en extension les ensembles :

$$F = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{2x+1}{x+1} \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{et} \quad C = \left\{ (x, y) \in (\mathbb{Z}^*)^2 / \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \right\}$$

2. On considère les ensembles :

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| < 3\} , \quad E = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leq 5\} \quad \text{et} \quad A = E \cap \mathbb{N}^*$$

Déterminer en extension les ensembles suivants :

$$A \cap B , \quad \mathfrak{C}_E^{(A \cup B)} , \quad A \setminus B \quad \text{et} \quad (A \cap B) \cap \mathfrak{C}_E^{(A \cap B)}$$

### Exercice 4 (4 pts)

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  des parties d'un ensemble  $E$ .

1. *Montrer que* :  $\overline{A} \subset \overline{B} \iff (A \setminus B) \cup B = A$ .
2. *Montrer que* :  $A = B \iff (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$ .
3. *Montrer que* :  $A = \emptyset \iff (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = B$ .

**FIN**

Pr : **Yahya MATIOUI**

**www.etude – generale.com**