

## Devoir surveillé

Durée 1H30

### Exercice 1 .

1. Montrer que :  $(\forall x \in [-1, 0]) , 1 \leq 2\sqrt{x+1} - x \leq 2$ .

2. On considère l'application suivante :

$$\begin{aligned} f : [-1, 0] &\longrightarrow [1, 2] \\ x &\longmapsto 2\sqrt{x+1} - x \end{aligned}$$

a) Vérifier que :  $(\forall x \in [-1, 0]) , f(x) = 2 - (\sqrt{x+1} - 1)^2$ .

b) Montrer que l'application  $f$  est bijective et donner sa bijection réciproque  $f^{-1}$ .

### Exercice 2 On considère l'application :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{2x}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

1. a) Vérifier que :  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) , f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ .

b) L'application  $f$  est-elle injective ? justifier- votre réponse.

2. Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) , |f(x)| \leq 1$ . L'application  $f$  est-elle surjective ?

### Exercice 3 .

1. Montrer que :  $(\forall x \in [0, 1]) , 0 \leq \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} \leq 1$ .

2. On considère l'application :

$$\begin{aligned} f : [0, 1] &\longrightarrow [0, 1] \\ x &\longmapsto \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} \end{aligned}$$

Montrer que  $f$  est bijective et expliciter  $f^{-1}$  sa bijection réciproque.

### Exercice 4 Soit $f$ l'application définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}_+^*$ .

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$$

1. Montrer que  $f$  n'est pas injective.

2. Montrer que :  $f(\mathbb{R}) = ]0, 1]$ .

3. L'application  $f$  est-elle surjective ? Justifier.

**FIN**

**Pr : Yahya MATIOUI**

**www.etude – generale.com**