

Correction de la série d'exercices sur les emprunts indivis

Exercice 1

Les deux premières années l'emprunteur versera à la fin de chaque année 19 800 dh au titre d'intérêts ($180\,000 \times 0,11 = 19\,800$). Pour les deux dernières années l'intérêt annuel n'est plus que de 9 900 dh. En effet, juste après le versement du 2^{ème} terme, la dette initiale est réduite de moitié. D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	Amort	Annuité	CFP
1	180 000	19 800	0	19 800	180 000
2	180 000	19 800	90 000	109 800	90 000
3	90 000	9 900	0	9 900	90 000
4	90 000	9 900	90 000	99 900	0

Exercice 2

Il convient d'abord de calculer le 1^{er} amortissement :

Soit x ce 1^{er} amortissement : $M_1 = x$

On sait que : $\sum_{p=1}^5 M_p = 215\,000$

Ou encore : $x + (x + 10\,000) + (x + 20\,000) + \dots + (x + 40\,000) = 215\,000$

Ce qui donne : $5x + 100\,000 = 215\,000$

D'où : $x = 23\,000$

Remarque ici on peut utiliser la formule donnant la somme des n premiers termes d'une progression arithmétique de premier terme U_1 et de raison r :

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = nU_1 + \frac{n(n-1)}{2}r$$

avec $S_5 = 215\,000$ et $r = 10\,000$ on trouve : $U_1 = 23\,000$

Le tableau d'amortissement se présente comme suit :

Période	CDP	I	AMORT	ANN	CFP
---------	-----	---	-------	-----	-----

1	215 000,00	22 575,00	23 000,00	45 575,00	192 000,00
2	192 000,00	20 160,00	33 000,00	53 160,00	159 000,00
3	159 000,00	16 695,00	43 000,00	56 695,00	116 000,00
4	116 000,00	12 180,00	53 000,00	65 180,00	63 000,00
5	63 000,00	6 615,00	63 000,00	69 615,00	0

Exercice 3

a. On calcule d'abord l'annuité :

$$a = 450\,000 \frac{0,135}{1 - 1,135^{-6}} = 114\,140,64 \text{ dh}$$

Le 3^{ème} amortissement s'écrit :

$$M_3 = M_1(1 + i)^2 = 450\,000 - \frac{0,135}{1,135^6 - 1} \times 1,135^2$$

Par soustraction on obtient l'intérêt :

$$I_3 = a - M_3 = 45\,361,48 \text{ dh}$$

En divisant par le taux d'intérêt on obtient le capital en début de période : $DV_2 = 336\,010,98 \text{ dh}$

D'où la 3^{ème} ligne du tableau d'amortissement.

Période	CDP	I	Amort	Annuité	CFP
3	336 010,98	45 361,48	68 779,16	114 140,64	267 231,82

Remarque : là également on peut procéder autrement. En effet, on peut, comme dans l'exercice précédent par calculer, avec l'annuité, le capital en début de période.

b. On calcule DV_4 à partir de l'une des trois formules du cours, par exemple :

$$DV_4 = 450\,000 \frac{1,135^6 - 1,135^4}{1,135^6 - 1} = 189\,167,47 \text{ dh}$$

Dans le tableau précédant on lit :

$$DV_3 = 267\,231,82 \text{ dh}$$

Pour se situer trois mois après le paiement de la 3^{ème} annuité on choisit entre la solution rationnelle et la solution commerciale

$$SR = 267\,231,82 \left(1 + \frac{3}{12} \times 0,135\right) = 276\,250,89 \text{ dh}$$

$$SC = 267\,231,82 \times 1,135^{\frac{3}{12}} = 275\,827,23 \text{ dh}$$

Exercice 4

- a. On calcule d'abord le taux d'intérêt TTC :

$$i = 0,11 \times 1,07 = 0,1177\% \text{ soit } 11,77\% \text{ l'an.}$$

$$\text{L'annuité s'écrit : } a = 420\,000 \frac{0,1177}{1-1,1177^{-5}} = 115\,848,95 \text{ dh}$$

Ce qui permet de construire le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	AMORT	ANN	CFP
1	420 000,00	46 200,00	3 234,00	66 414,95	115 848,95	353 585,05
2	353 585,05	38 894,36	2 722,60	74 231,99	115 848,95	279 353,06
3	279 353,06	30 728,84	2 151,02	82 969,09	115 848,95	196 383,97
4	196 383,97	21 602,24	1 512,16	92 734,56	115 848,95	103 649,41
5	103 649,41	11 401,44	798,10	103 649,41	115 848,95	0

- b. L'amortissement s'écrit : $M = \frac{420\,000}{5} = 84\,000 \text{ dh}$

D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	AMORT	ANN	CFP
1	420 000,00	46 200,00	3 234,00	84 000,00	133 434,00	336 000,00
2	336 000,00	36 960,00	2 587,00	84 000,00	123 547,20	252 000,00
3	252 000,00	27 720,00	1 940,40	84 000,00	113 660,40	168 000,00
4	168 000,00	18 480,00	1 293,60	84 000,00	103 773,60	84 000,00
5	84 000,00	9 240,00	646,80	84 000,00	93 886,80	0

Exercice 5

- a. Le premier amortissement se calcule aisément :

$$M_1 = 106\,190,50 - 72\,000 = 34\,190,54 \text{ dh}$$

$$\text{Or: } M_3 = M_1(1+i)^2$$

$$\text{D'où: } (1+i)^2 = \frac{M_3}{M_1}$$

$$\text{Ce qui donne : } i = \left(\frac{M_3}{M_1}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,12$$

Soit 12% l'an.

- b. $C = \frac{72\,000}{0,12} = 600\,000 \text{ dh}$

$$\text{c. } a = C \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \quad M_1 = C \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$\text{D'où } \frac{M_1}{a} = (1 + i)^{-n} = 3,105\ 848$$

Par logarithme on trouve $n = 10$

Exercice 6

- a. Ici on a 9 annuités de placement, le capital de 320 000 dh doit être constitué un an après le dernier versement :

$$320\ 000 = a \frac{1,09^9 - 1}{0,09} \times 1,09 \Rightarrow a = 22\ 546,44 \text{ dh}$$

- b. L'emprunteur verse :

- 38 400 dh ($320\ 000 \times 0,12$) pendant 10 ans à l'organisme de crédit ;
- et 22 546,44 dh pendant 9 ans à l'organisme de capitalisation.

En actualisant ces versements au taux de 12% on obtient :

$$A_0 = (38\ 400 + 22\ 546,44) \frac{1 - 1,12^{-9}}{0,12} + 38\ 400 \times 1,12^{-10}$$

$$A_0 = 337\ 101,63 \text{ dh}$$

C'est le montant du crédit qui correspond aux engagements de l'emprunteur. Nous avons donc une différence de 17 101,63 dh. Il s'agit ici de montrer à tel point le système américain pénalise l'emprunteur.

FIN

www.etude-generale.com

Pr : Ayoub MATIOUI