Devoir Surveillé N2

Durée 1H

Exercice 1 . (4 *pts*)

1. *Calculer la dérivée de la fonction :* $f : x \longmapsto \sin(\pi x) + 3\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$.

2. *Déduire la valeur de la limite suivante :*

$$\lim_{x \longrightarrow -1} \frac{\sin(\pi x) + 3\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x+1}$$

Exercice 2 . (16 *pts*)

On considère la fonction f *définie par :*

$$f(x) = (1-x)\sqrt{2x - x^2}$$

1. *Vérifier que :* $D_f = [0, 2]$.

2. **a)** *Montrer que :* $\lim_{x \longrightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, *puis interpréter géométriquement ce résultat.*

   b) *La fonction* f *est-elle dérivable à gauche en* $x_0 = 2$*? justifier votre réponse puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.*

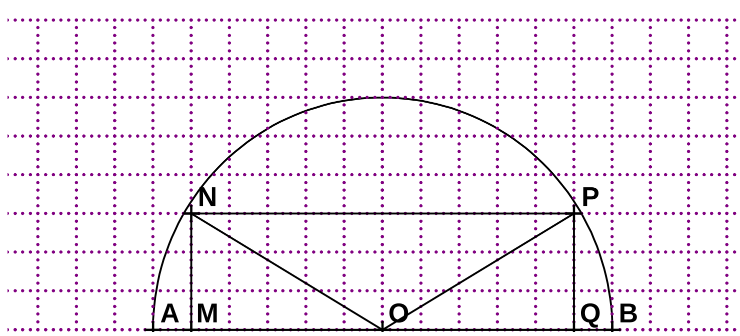
3. *Montrer que* f *est dérivable sur l'intervalle* $]0, 2[$ *et que :*

$$(\forall x \in]0,2[), \quad f'(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{\sqrt{2x - x^2}}$$

4. *Dresser le tableau de variations de* f.

5. *On considère un demi cercle* (C) *de centre* O *et de diamètre* $[AB]$ *avec* $AB = 2$. M *est un point variable du segment* $[OA]$ *avec* $M \neq O$ *et* $M \neq A$.

   N *et* P *sont deux points du demi cercle* (C) *et* Q *un point du segment* $[OB]$ *tels que le quadrilatère* $MNPQ$ *est un rectangle. On pose :* $x = AM$ *et on désigne par* $S(x)$ *la surface du rectangle* $MNPQ$.



Montrer que :

$$(\forall x \in]0,1[), \quad S(x) = 2f(x)$$

puis en déduire la position du point M pour la quelle du rectangle $MNPQ$ est maximale.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude – generale.com