Matiére : Mathématiques
Professeur : Yahya MATIOUI

Série d'exercices sur les fonctions numériques.

Exercice 1 *Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :*

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

1. *Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :*

$$\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{3}{2}$$

2. *Soient x et y deux éléments distincts de $\mathbb{R}$. Montrer que :*

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$$

3. *Déduire la monotonie de la fonction f sur chacun des intervalles suivants :* $]-\infty,-1]$, $[-1,1]$ *et* $[1,+\infty[$.

Exercice 2 *Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :*

$$f(x) = \frac{x\,|x|}{x^2+4}$$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1. *Déterminer D_f.*
2. *Etudier la parité de la fonction f, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.*
3. *Etudier la monotonie de la fonction f sur $\mathbb{R}^+$,déduire la monotonie de la fonction f sur $\mathbb{R}^-$.*
4. *Déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.*

Exercice 3 *Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :*

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

1. *Montrer que : $D_f = \mathbb{R}$. (D_f est l'ensemble de définition de la fonction f).*
2. *Etudier la parité de la fonction f.*
3. **a)** *étudier la monotonie de la fonction f sur les intervalles* $[1,+\infty[$ *et* $[0,1]$.

b) *Montrer que pour tout* $x \in [0,1]$ *on a :*

$$0 \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$$

c) *Déduire le tableau de variations de la fonction* f *sur* $\mathbb{R}$.

4. Déterminer les extremums de la fonction f.

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**