

Lycée Al Kadi Ayad Salé  
Matière : Mathématique  
Professeur : Yahya MATIOUI

Série d'exercices sur Les suites numériques  
24/12/2020

**Exercice 01**

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^3}{3u_n^2 + 1} \end{cases}$$

1. Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n > 0$ .
2. Etudier les variations de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
  - a) Montrer que :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < u_{n+1} < \frac{1}{3}u_n$ .
  - b) En déduire que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*), 0 < u_n < (\frac{1}{3})^n$ .
  - c) Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente et calculer sa limite.

**Exercice 02**

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \text{ et } u_1 = 4 \\ u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \end{cases}$$

1. Calculer  $u_2$ .
2. On pose pour tout  $n \in \mathbb{N} : v_n = u_{n+1} - u_n$ .
  - a) Déterminer la nature de la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
  - b) Calculer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on considère la somme suivante :  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ .  
Calculer  $S_n$  en fonction  $n$ .
4. En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$ , puis calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

**Exercice 03**

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 2}{u_n^2 + 1} \end{cases}$$

1. *Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < u_n < 2$ .*
2. *Etudier les variations de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .*
  - a) *Montrer que :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < 2 - u_{n+1} < \frac{4}{5}(2 - u_n)$ .*
  - b) *En déduire que  $(\forall n \in \mathbb{N}^*); 0 < 2 - u_n < (\frac{4}{5})^n$ .*
  - c) *Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente et calculer sa limite.*

**FIN**

**www.etude – generale.com**

**Pr : Yahya MATIOUI**