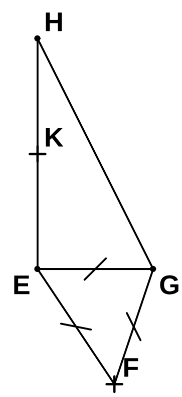
Lycée Les Nobles Sala Al Jadida **TCSI**
Matière : Mathématiques **2020/2021**
Professeur : Yahya MATIOUI **www.etude-generale.com**

Devoir Maison N4
30/05/2021

Exercice 1 (*Le produit scalaire*)

Dans la figure ci-dessous EFG est un triangle équilatéral de côté a, $\left(a \in \mathbb{R}_+^*\right)$ et EGH est un triangle rectangle en E tel que : $EH = 2a$ et K est le milieu de $[EH]$.



1. *Montrer que :* $\left(\overline{\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}}\right) \equiv \frac{5\pi}{6}\,[2\pi]$.
2. *Montrer que :* $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG} = \frac{a^2}{2}$ *et que :* $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EH} = -a^2\sqrt{3}$.
3. *Montrer que :* $GH^2 = 5a^2$ *et que :* $FH^2 = \left(5 + 2\sqrt{3}\right)a^2$.
4. *Calculer :* $\overrightarrow{GF}.\overrightarrow{GH}$
5. *On pose :* $\left(\overline{\overrightarrow{GF}, \overrightarrow{GH}}\right) \equiv \theta\,[2\pi]$. *Montrer que :* $\cos\theta = \frac{\left(1-2\sqrt{3}\right)\sqrt{5}}{10}$
6. *Calculer :* GK.

Exercice 2 (*Le calcul trigonométrique*)

1. *Résoudre dans* $]0, \pi]$ *l'inéquattion suivante* $(I) : 2\cos^2 x - \cos x \prec 0$.
2. *Soit x un réel. On pose :* $A(x) = \cos x.\sin x$

   a) *Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$:* $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A(x)$ *et que :* $A(\pi + x) = A(x)$.

   b) *Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ tel que :* $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ *avec* $k \in \mathbb{Z}$. $A(x) = \frac{\tan x}{1+\tan^2 x}$

   c) *Résoudre dans l'intervalle* $]-\pi, \pi]$ *l'équation :* $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Exercice 3 (*Les transformations dans le plan*)

Soit IAB un triangle et soient C et D deux points tels que : $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ *et* $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.
On considère h l'homothétie qui transforme A en C et B en D.

1. *Déterminer le rapport et le centre de l'homothétie.*
2. *La droite passant par D et parallèle à (BC) coupe (IA) en E.*

   a) *Déterminer l'image de la droite (BC) par h.*

   b) *Montrer que : $h(C) = E$.*

Exercice 4 *IAB est un triangle et soient C et D deux points tels que :* $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ *et* $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.
On considère l'homothétie h de centre I tel que : $h(C) = A$.

1. *Déterminer le rapport de l'homothétie h.*
2. *Montrer que : $h(D) = B$.*
3. *La droite qui passe par D et parralèle à (BC) coupe (IA) en E .*

   a) *Montrer que : $h(E) = C$.*

4. *Déduire l'image du triangle ECD par l'homothétie h.*

FIN

Pr : **Yahya MATIOUI**

www.etude – generale.com